



ZBORNİK RADOVA

Četvrtog susreta
Hrvatskog društva za mehaniku



Urednica:
Marija Živić

Slavonski Brod, 10. lipnja 2011.

Zbornik radova Četvrtog susreta Hrvatskog društva za mehaniku

Urednica: Marija Živić

Izdavač: Hrvatsko društvo za mehaniku

Oblikovanje korica: Darko Damjanović

Autor fotografije: Vlatko Šplihal

Tisak: GRAFIKA d.o.o. Osijek

Naklada 100 primjeraka

**Zbornik radova
Četvrtog susreta
Hrvatskog društva za mehaniku**

Slavonski Brod

10. lipnja 2011.

Urednica
Marija Živić



Slavonski Brod, 2011.

Četvrti susret Hrvatskog društva za mehaniku

Organizator skupa

HRVATSKO DRUŠTVO ZA MEHANIKU

Podružnica Slavonski Brod
Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku
Strojarski fakultet u Slavonskom Brodu
Trg Ivane Brlić-Mažurnić 2, 35000 Slavonski Brod

Sjedište: Fakultet strojarstva i brodogradnje
Sveučilište u Zagrebu
Ivana Lučića 5, 10000 Zagreb
<http://www.csm.hr>

Organizacijski odbor

Marija ŽIVIĆ, Sveučilište u Osijeku, predsjednica
Dražan KOZAK, Sveučilište u Osijeku
Zdravko VIRAG, Sveučilište u Zagrebu
Hrvoje KOZMAR, Sveučilište u Zagrebu
Pejo KONJATIĆ, Sveučilište u Osijeku

Pokrovitelji

Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku
&
Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku
Strojarski fakultet u Slavonskom Brodu

Zbornik radova
Četvrtog susreta
Hrvatskog društva za mehaniku

PREDGOVOR

Poštovani čitatelju, pred Vama je zbornik radova 4. susreta Hrvatskog društva za mehaniku. Primarni cilj ovakvih susreta je podizanje razine suradnje među članovima Društva putem druženja i izmjene informacija o trenutnim istraživanjima. Posebno se želi potaknuti mlađe istraživače na prezentaciju svojih istraživanja koja čak ne moraju nužno biti dovršena. Službeni jezik skupa jest hrvatski, čime se nastoji pripomoći daljnjem razvoju hrvatske terminologije u području mehanike, a to je posebno značajno jer dobar dio članova društva djeluje u nastavi na visokim učilištima.

Posebno veseli činjenica da je interes za ove susrete, gledajući kroz broj radova i sudionika, u blagom porastu, što znači da oni ispunjavaju svoju svrhu. Također bi se moglo reći da raste i kvaliteta radova, pri čemu se na radovima pojavljuju ne samo znanstveni novaci, studenti doktorskih studija, nego i studenti diplomskih studija, što svjedoči o istraživačkoj orijentaciji naših fakulteta. U prispjelim radovima zastupljeni su svi pristupi, od teorijsko analitičkog, preko numeričkog do eksperimentalnog. Ove smo godine posebno zamolili doajena našeg Društva, prof. I. Alfirevića da održi plenarno predavanje o povijesnom razvoju mehanike, što će biti korisno ne samo mladim znanstvenicima nego i svim nastavnicima u tom području.

Uvijek se nadamo da će mladi članovi našeg Društva izvući najveću korist iz ovakvih skupova jer im se pruža mogućnost razmjene mišljenja sa svojim kolegama i starijim članovima Društva, provjere odabranog puta i metoda istraživanja, te prikupljanja ideja za svoj budući rad.

Predsjednik Društva
Prof.dr.sc. Zdravko Virag

SADRŽAJ

Alfirević Ivo: UTJECAJ ARISTOTELE I PERIPATETIČKE FILOZOFIJE NA RAZVOJ MEHANIKE	1
Baškarić T., Ergić T., Ivandić Ž., Kozak D., Damjanović D.: DINAMIČKA ANALIZA CNC STROJA ZA REZANJE PLAZMOM.....	15
Bobek, D., Matejiček, F., Konjatić P.: ANALITIČKA I NUMERIČKA ANALIZA NAPREZANJA I DEFORMACIJA HIPERSTATIČKOG OKVIRNOG NOSAČA	21
Čanžar, P., Tonković, Z., Bakić, A., Kodvanj, J. EKSPERIMENTALNO I NUMERIČKO MODELIRANJE ZAMORNOG PONAŠANJA NODULARNOG LIJEVA	27
Čanađija, M., Munjas, N., Brnić, J.: FORMULACIJA MEHANIKE OŠTEĆENJA PRI KONAČNIM ELASTO-PLASTIČNIM DEFORMACIJAMA	33
Damjanović, D., Kozak, D., Živić, M., Ivandić, Ž., Baškarić, T.: CFD ANALIZA KONCEPTUALNOG DIZAJNA AUTOMOBILA*	37
Holik, M., Živić, M., Zmajčić, Ž.: NUMERIČKI MODEL TERMODINAMIČKOG PROCESA U IZMJENJIVAČU TOPLINE	43
Ivančević, D., Šarović, K., Smojver, I. USPOREDBA KRITERIJA POPUŠTANJA PRIMIJENJENIH NA OJAČANE AVIONSKE KOMPOZITNE PANELE	51
Jarak, T., Hoster, J., Sorić, J.: RUBNI UVJETI SILA U BEZMREŽNOJ MJEŠOVITOJ KOLOKACIJSKOJ FORMULACIJI	57
Karšaj, I., Sorić, J., Humphrey, J.D.: NUMERIČKO MODELIRANJE RASTA I PROMJENE STRUKTURE SLOJEVA STIJENKE AORTE	63
Lesičar, T., Tonković, Z., Sorić, J.: MIKROMEHANIČKO MODELIRANJE PROCESA DEFORMIRANJA ...	69
Lovrenić-Jugović, M., Tonković, Z. NUMERIČKO MODELIRANJE PROCESA PUZANJA KORTIKALNOGA KOŠTANOGA TKIVA	75

Lozančić, S., Takač, S., Bošnjak – Klečina M.: KOLJENASTI NOSAČ OD LJEPLJENOG LAMELIRANOG DRVA	81
Majić, F.; Petrovčić, M.; Virag, Z.: ANALIZA ARODINAMIČKIH KARAKTERISTIKA AEROPROFILA S NAKUPINOM LEDA	87
Marenić, E., Sorić, J. i Tonković, Z.: NUMERIČKO MODELIRANJE PRIJELAZA S ATOMISTIČKOG MODELA NA RAZINU MEHANIKE KONTINUUMA	93
Merdanović, E., Lanc, D., Turkalj, G.: NUMERIČKA ANALIZA IZVIJANJA ČELIČNOG OKVIRA ZBOG PUZANJA	99
Netinger, I., Bjegović, D., Jelčić-Rukavina, M., Serdar, M.: PRIMJENA ČELIČANSKE ZGURE KAO AGREGATA U BETONU	105
Nikolić, M., Raduka, V., Mihalj, V.I.: POVEZANOST SEIZMIČKOG ODZIVA SA DINAMIČKIM PARAMETRIMA GREĐEVINE	113
Nikolić, M., Raduka, V., Škrtić, K.: USPOREDBA DINAMIČKIH PARAMETARA ŠTAPNIH SUSTAVA ODREĐENIH ANALITIČKIM I NUMERIČKIM POSTUPCIMA	119
Pešić, I., Lanc, D., Turkalj, G.: ANALIZA IZVIJANJA GREDNIH NOSAČA USLIJED PROMJENE TEMPERATURE	125
Pustaić, M., Wolf, H., Pustaić, D.: ANALIZA UNUTARNJIH SILA I POMAKA U KUĆIŠTU STATORA HIDROGENERATORA OD OKRETNOG ELEKTROMAGNETSKOG MOMENTA	129
Skozrit, I., Tonković, Z., Bakić, A., Kodvanj, J.: EKSPERIMENTALNO I NUMERIČKO MODELIRANJE ZAREZNOG DJELOVANJA U POLIETILENU	137
Šavar, M., Pacak, M., Džijan, I., Korade, I.: KOEFIČIJENT OTPORA POROZNOG ZIDA	143
Gazić, G., Kalman-Šipoš, T., Sigmund, V.: ODREĐIVANJE PONAŠANJA I GRANIČNE NOSIVOSTI OKVIRA S ISPUNOM	149

Žiha K., Parunov, J.:	
VJEROJATNOSNA INŽENJERSKA MEHANIKA	155
Grubišić, M., Sigmund V.:	
METODE OJAČANJA ISPUNA ARMIRANOBETONSKIH OKVIRA	161

Zbornik radova

Četvrti susret Hrvatskog društva za mehaniku
Slavonski Brod, 10. lipnja 2011.

UTJECAJ ARISTOTELE I PERIPATETIČKE FILOZOFIJE NA RAZVOJ MEHANIKE

Ivo Alfirević

Ever since the begining of the seventeenth century, almost every serious intellectual advance has had to begin with an attack on some Aristotelian doctrine.

Bertrand Russel

During much of the two thousand years since the Roman Republic, the influence of Aristotle has been slight except for two periods: during thirteenth and fourteenth centuries, and again, possibly, at present.

Much of the history of civilization in the West can be and indeed has been written in the form of a debate in which the triumph of Aristotle in the thirteenth century and the defeat of Aristotle in the renaissance indifferently herald great intellectual advances

Richard McKeon

Sažetak U kratkim crtama prikazana je Aristotelova prirodna filozofija s naglaskom na gibanje i zakone mehanike. Navedeni su komentatori i kritičari Aristotelove mehanike od Ivana Filipona, preko Al-Birunije, Alberta iz Saske do Bertranda Russela.

Ključne riječi: *Aristotel, prirodna filozofija, gibanje, mehanika.*

1 ARISTOTELOV ŽIVOT

Aristotel je rođen u Stagiri, grčkoj koloniji na poluotoku Halkidiki na sjevernoj obali Egejskog mora. Njegov otac Nikomah bio je liječnik na dvoru makedonskog kralja Amintasa II. Otud Aristotelova veza s makedonskim dvorom koji će imati poslije veliki utjecaj na njegov život i rad. Još dok je bio dječak, umrli su mu roditelji pa je brigu o njemu preuzeo skrbnik Proksen. Godine 367. kad je imao 10 godina, skrbnik ga je poslao u Atenu, tadašnje kulturno i znanstveno središte čitave Grčke, da dovrši svoje obrazovanje. Odmah je stupio u Platonovu Akademiju gdje je ostao sve do Platonove smrti. U početku je učio i slušao Platonova predavanja. Platon ga je smatrao najbistrijim i najobrazovanijim članom Akademije. Poslije je Aristotel sam držao predavanja i počeo razvijati vlastitu filozofiju.

Kad je 347. umro Platon, izgledalo je da će zbog svoje izvrsnosti Aristotel nastaviti voditi Akademiju. No, njegova se filozofija previše udaljila od Platonove pa je to onemogućilo Aristotela da naslijedi Platona kao voditelj Akademije. Upravu nad Akademijom preuzeo je Platonov nećak Speusip. Hermejas koji je također studirao na Akademiji napustio je Akademiju s nekoliko Platonovih učenika. Njima se pridružio i Aristotel. Otišli su u Malu Aziju gdje je Hermejas postao vladar u Atarneju i Asosu.

Tamo je Aristotel ostao tri godine. Oženio se Hermejevom posvojenom kćerkom Pitijom. Na kraju treće godine Aristotelova boravka na Hermejevom dvoru, Perzijanci su zbacili Hermeja s vlasti pa je Aristotel otišao u grad Mitilenu na otoku Lezbosu. Poslije se Aristotel oženio Herpilom koja mu je rodila sina Nikomaha.

Makedonski kralj Filip II. pozvao je 343. Aristotela da podučava i odgaja njegovog 13 godišnjeg sina Aleksandra. Aristotel je poziv prihvatio. Ulogu Aleksandrova učitelja obnašao je sve dok Aleksandar nije postao kralj 336. nakon ubojstva Filipa II. Obojica Filip i Aleksandar uvažavali su i cijenili Aristotela. Priča se da je Aristotel osim novčane naknade kao učitelj dobio na raspolaganje mnogo robova koji su mu prikupljali uzorke minerala, biljaka i ostalih uzoraka potrebnih za njegova istraživanja. Aristotel se vratio u Atenu 334. godine.

2 ARISTOTELOV LICEJ

Kad je Aleksandar započeo svoje ratne pohode protiv Perzijanaca, Aristotel se zajedno sa svojom porodicom i prijateljem Teofrastom vratio u Atenu 335. p.n.e. U Atenu je prebacio i svoju vrlo bogatu knjižnicu. U to je vrijeme Platonovom Akademijom upravljao Ksenokrat, također Aristotelov prijatelj. Budući da se Aristotel u to vrijeme kao pedesetogodišnjak već bio sasvim udaljio od Platonove filozofije, nije imao ni volje ni mogućnosti da preuzme vodstvo Akademije. Izokrat, još jedan veliki učitelj filozofije i retorike već je bio umro pa je Aristotel odlučio osnovati vlastitu školu filozofije. Školu je smjestio u vježbalištu u blizini svetišta posvećenog Apolonu Licejskom, pa je i sama škola dobila naziv Licej.

Pri osnivanju Liceja Aristotel je imao podršku Antipatera, Aleksandrova predstavnika u Atena i jednog od najsposobnijih i najutjecajnijih makedonskih generala. Od njega je Aristotel dobio i znatnu novčanu pomoć pri osnivanju Liceja. Iako u to vrijeme odnosi između Aristotela i Aleksandra nisu više bili tako prisni, Aristotel je dobio mnoge uzorke biljaka, životinja, povijesnih i drugih dokumenata koje su učenici pojedinci prikupljali na Aleksandrovom osvajačkom pohodu kroz Aziju i Afriku. Tako je Aristotel pri svom Liceju osnovao prvu veliku biblioteku, prvi botanički i prvi zoološki vrt i muzej u Europi. Od samog početka Licej je privukao veliki broj slušača i suradnika. Do zahlađenja odnosa između Aleksandra i Aristotela, došlo nakon sukoba Kalistena, grčkog historičara i Aristotelova nećaka s Aleksandrom. Kalisten je kritizirao Aleksandra jer prihvaća istočnjačke običaje na dvoru. Uskoro je lažno optužen za poticanje pobune i pogubljen.

Aristotel je svoja znanstvena predavanja i rasprave sa studentima održavao ujutro najčešće šetajući naprijed i natrag ispod natkrivenog trijema. Budući da se grčki šetaliste kaže *περίπατος* = *peripatos*, njegovi učenici i sljedbenici nazvani su *peripatetici* (ἢ ἀπὸ τοῦ περιπατοῦ = *hoi apo tou peripatou*), a njegova škola i filozofija *peripatetička škola*, odnosno *peripatetička filozofija*. Nakon jutarnjih znanstvenih rasprava i predavanja, Aristotel je objedovao zajedno sa svojim suradnicima i studentima. U poslijepodnevnim satima držana su javna predavanja iz područja filozofije, književnosti i politike za širu publiku. Licej se može smatrati pretečom modernih sveučilišta. Naime na njemu su se po prvi put predavale prirodne znanosti fizika i biologija uz filozofiju i matematiku koje su se već predavale na Platonovoj Akademiji koja se može smatrati pretečom fakulteta, ali ne i čitavog sveučilišta.

Kad je 323. umro Aleksandar Veliki, ojačali su u demokratskoj Ateni antimakedonski osjećaji pa je i sam Aristotel pao u nemilost. Aristotel je napustio Atenu i otputovao u Halkidu na otoku Eubeji gdje je slijedeće godine i umro. Prema riječima samog Aristotela to je učinio da bi *sprječio Atenjane da učine još jedan grijeh protiv filozofije* misleći pri tome na osudu Sokrata na smrt.

3 ARISTOTELOVA DJELA

Mnogi današnji znanstvenici i istraživači smatraju Aristotela ocem enciklopedistike. On je naime prvi pokušao sve postojeće znanje prikupiti i objaviti u nizu knjiga. Smatra se da bi sva njegova djela danas tiskana obuhvaćala preko 20 000 stranica. Obradio je, zaista, sva područja tadašnjeg znanja: fiziku, astronomiju, kemiju, minerologiju, meteorologiju, biologiju, botaniku, zoologiju, gramatiku, retoriku, psihologiju, logiku i druge. On je zapravo tvorac klasične logike koja je preko dva tisućljeća ostala nenadmašna. Vrlo malo novoga je učinjeno u logici sve do pojave moderne *matematičke logike*. Aristotelova djela o logici nose zajednički naziv *Organon* (ὄργανον: *instrument, oruđe, alat*) jer se u njemu istražuje misao koja je instrument znanja. Uobičajeno je da se Aristotelova djela razvrstavaju u tri skupine:

1. Popularna djela
2. Memoranda
3. Rasprave

Popularna djela pisana su za širu javnost u obliku dijaloga po uzoru na Platonove dijaloge. Ta su dijela nastala dok je još Aristotel djelovao u Platonovoj Akademiji. Budući da su ti spisi bili namijenjeni čitateljima izvan Akademije nazivaju se *egzoterična djela*. Riječ je nastala prema grčkom ἐξωτερικός = *exōterikos* : *vanjski*. Ta djela nisu sačuvana no kasniji pisci ili ih citiraju ili prenose pojedine njihove dijelove.

Memoranda su zbirke povijesnih dokumenata i istraživačkih zapisa koji su služili članovima škole i studentima pri proučavanju pojedinih područja. Na njihovom skupljanju i obradi radili su uz Aristotela i njegovi pomoćnici i studenti. Ta su djela također izgubljena. Rasprave su zapravo zabilješke s Aristotelovih predavanja ili udžbenici namijenjeni studentima u Likeju. U skladu s tim nazivaju se *esoterična djela* prema grčkom ἐσωτερικός = *esoterikos unutarnji*. Ta su djela podijeljena u skupine:

- Logika (*Organon*)
- O prirodi
- Metafizika
- Etika i politika
- Retorika i poietika

Budući da je za povijest prirodnih znanosti i povijest mehanika najvažnija skupina *O prirodi*, navest ćemo naslove nekoliko najvažnijih djela na izvornom grčkom te njihov hrvatski i latinski prijevod.

- *Fizika* (Φυσικὴ ἀκρόασις = *Physikē akroasis, Physica*)
- *O nebu* (Περὶ οὐρανοῦ = *Periuranou, De caelo*)
- *O nastajanju i nestajanju* (Περὶ γενέσεως καὶ φθορᾶς = *Peri geneseōs kai phthoras, De generatione et corruptione*)
- *Meteorologija* (Τα μετεωρολογικὰ = *Ta meteōrologika, Meteorologica*)

- *O duši* (Περὶ ψυχῆς = *Peri psikhēs, De Anima*)
- *O pamćenju i sjećanju* (Περὶ μνήμης καὶ ἀναμνήσεως = *Peri mnēmēs kai anamneseōs, De memoria et reminiscencia*)
- *O dugom i kratkom životu* (Περὶ μακροβιότητος καὶ βραχυβιότητος = *Peri makrobiotētos kai brakhybiotētos, De longitudine et brevitate vitae*)
- *O povijesti životinja* (Περὶ τὰ ζῶα ἱστορίαι = *Peri ta zōa histogiai, Historia Animalium*)
- *O djelovima životinja* (Περὶ ζῶων μορίων = *Peri zōōn moriōn, De partibus animalium*)
- *O gibanju životinja* (Περὶ ζῶων κινήσεως = *Peri zōōn kinēseōs, De motu animalium*)
- *O biljkama* (Περὶ φυτῶν = *Peri phytōn, De planti*).

4 ARISTOTELOV KOZMOS

Aristotel je uočio da se u Egiptu i na Cipru mogu vidjeti zvijezde koje se ne mogu vidjeti iz sjevernih područja. To je moguće samo ako je površina Zemlje zakrivljena. U svom djelu *O nebu* Aristotel navodi tri razloga koja upućuju na to da površina Zemlje ima sferni oblik:

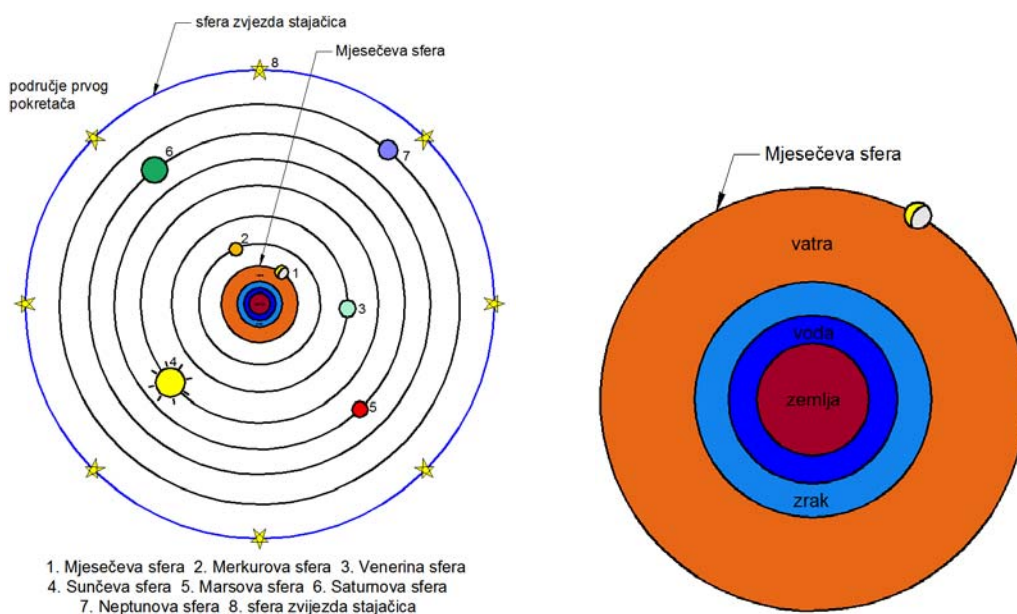
1. Svaki dio Zemlje teži prema njenom središtu dok ga u tome ne zaustave drugi dijelovi i na taj način nastaje sfera.
2. Putnici koji putuju prema jugu vide da se zvijezde podižu sve više iznad obzora.
3. Sjena Zemlje koja pada na Mjesec za vrijeme djelomične pomrčine Mjeseca ima oblik kruga.

Aristotel čitav svemir ili kosmos dijeli na dva područja koja su bitno različita: *sublunarno* i *supralunarno*. Kako same riječi kažu sublunarno ili zemaljsko područje nalazi se ispod sfere Mjeseca, a supralunarno iznad sfere Mjeseca. Naime, latinska riječ *luna* znači *mjesec*, *sub* znači *ispod*, a *supra* *iznad*. Sublunarno ili zemaljsko područje je nesavršeno i podliježe vječnoj promjeni. U njemu se nalaze četiri elementa: *zemlja*, *voda*, *zrak* i *vatra* kako je prikazano na slici 1. Supralunarno ili nebesko područje je savršeno i sastoji se od savršenih nebeskih sfernih tijela. Ta se tijela gibaju po savršenim kružnim putanjama stalnom brzinom. U njemu nema nikakvih promjena osim savršenog kružnog gibanja. Prema Aristotelovoj teoriji u svemiru nema praznine pa je čitavo supralunarno područje ispunjeno petim elementom *eterom* (αἰθήρ = *aithēr*: *gornji uvijek vedar dio neba*, *latinski aether*) koji se ponekad naziva *kvintesencija* prema srednjovjekovnom latinskom *quinta essentia* što znači *peta tvar*. Eter je sam po sebi bez težine i nepromjenljiv.



Slika 1. Četiri Empedoklova elementa

Svoju sliku svemira Aristotel izlaže u prvim četirima knjigama svojih prirodno znanstvenih spisa *O prirodi*. U prvoj knjizi *Fizika* daje temeljna načela svoje prirodne filozofije. U drugoj knjizi *O nebu* raspravlja o supralunarnom ili o nebeskom području. U trećoj knjizi *O postajanju i nestajanju* opisuje nesavršeno zemaljsko područje u kojem se sve mijenja postaje i nestaje. U četvrtoj knjizi *Meteorologika* ili kako se još prevodi *O meteorima* objasnio je sve nadzemne prirodne pojave. Grčki μετέωρος = *meteōros* znači *podignut u vis, u zraku*, a τὰ μετέωρα = *ta meteōra* znači *pojave u zraku, nadzemne stvari*.



Slika 2. Aristotelov svemir a) sublunarno područje b)

Aristotel elementima zemlja, voda, zrak i vatra pridaje svojstva kao i Empedoklo, tj. toplo, hladno, vlažno i suho. Ta četiri elementa imaju svoje *prirodno mjesto* kojem teže. Zemlja i voda su teški elementi pa nastoje zauzeti mjesto što bliže središtu Zemlje, a time i središtu svemira. Naime, Aristotel smatra da je Zemlja nepomična i da se nalazi u središtu svemira. Ona se ne giba niti se ne okreće. S druge strane elementi zrak i vatra su laki elementi pa se prirodno podižu i udaljavaju od središta Zemlje. Kad četiri elementa ne bi bila vanjskom silom prisiljena da se pomaknu, oni bi zauzeli svoja *prirodna mjesta* kako je prikazano na slici 2.b. Najniža sfera jest sfera zemlje, oko nje se nalazi sfera vode, iznad nje je sfera zraka i napokon iznad nje sfera vatre koja graniči sa sferom Mjeseca.

Aristotel je osnovao i najglasovitiju knjižnicu klasične Grčke u svom Likeju (Lyceumu). To je zapravo bila u današnjem smislu sveučilišna knjižnica. Postoje dvije legende o sudbini te knjižnice. Prema prvoj Aristotelovi sljedbenici prodali su knjige poznatoj Aleksandrijskoj knjižnici, a prema drugoj rimski vojskovođa Lucius Cornelius Sulla (138. do 78.) koji je opljačkao Atenu prenio je knjige u svoju palaču u Rimu.

5 ARISTOTEL O PROMJENAMA GIBANJU I NJIHOBIM UZROCIMA

Gibanje je presudno važno u Aristotelovoj prirodnoj filozofiji. U njegovim djelima: *Fizika*, *O nebu*, *O nastajanju i nestajanju (O postajanju i propadanju)*, *O Meteorima* i u dijelovima *Metafizike* iscrpno su izloženi opći pojmovi mehanike. Pod pojmom gibanje (kretanje) Aristotel misli sve promjene, a ne samo mehaničko gibanje. U gibanje su uključene i socijalne i psihološke promjene. Aristotel razlikuje: kvalitativne promjene, kvantitativne promjene i promjene u prostoru. Prema Aristotelu četiri su pretpostavke (uvjeta), odnosno četiri uzroka gibanja: materijalni, djelatni, formalni, finalni ili teleološki. Objasnit ćemo to pomoću dva primjera. Zamislimo kamen ili koji drugi predmet koji miruje na vrhu stepenica. Ako čovjek (ili što drugo) gurne kamen, on će padati niz, stepenice dok se ne nađe na najnižem mogućem mjestu, tj. na dnu stepenica. U tom je slučaju sam kamen *materijalni uzrok*. Položaj kamena na vrhu stepenica je *formalni uzrok*. Prvi impuls ili guranje kamena jest *djelatni uzrok*, a težnja kamena da zauzme što niži položaj jest *finalni uzrok (svrhoviti uzrok)*. U modernoj fizici i znanosti više se ne spominju materijalni i formalni uzroci. Oni se sami po sebi podrazumijevaju i nužne su pretpostavke da bi se uopće nešto dogodilo ili gibalo. U modernoj fizici djelatni uzrok naziva se jednostavno *uzrok*. Finalni, *svrhoviti* ili *teleološki* uzrok nije u modernoj znanosti uopće prihvaćen. Svejedno se u mehanici i fizici uopće rabe izrazi kao što su: privlačenje, odbijanje, težnja prema središtu Zemlje i drugi koji su zaostaci teleološkog shvaćanja gibanja.

U skladu s dotadašnjim učenjima Pitagorejaca i Platona, Aristotel dijeli svijet na dva područja:

- nebesko ili supralunarno,
- zemaljsko ili sublunarno.

Aristotel sva četiri Empedoklova elementa smješta u zemaljsko područje. Budući da je element zemlja najteži, on zauzima središte svijeta u obliku kugle. Iznad te kugle nalazi se lakši element voda. Iznad vode je sfera zraka, a iznad nje sfera najlakšeg elementa, tj. sfera vatre koja graniči s Mjesečevom sferom. Slijede sfere Merkura, Venere, Sunčeva sfera te Marsova, Jupiterova i Saturnova sfera. Iznad sfera planeta nalazi se sfera zvijezda stajačica, a iznad nje sfera *Prvog pokretača*. Aristotelova slika svijeta prikazana je na slici 2.a.

6 ARISTOTELOVA FIZIKA I MEHANIKA

Aristotelova fizika u užem smislu riječi, odnosno mehanika temelji se na slijedećim pretpostavkama:

1. Svaki element ima svoje prirodno mjesto u odnosu na središte Zemlje koje je ujedno i središte svemira. Elementi se dijele na teške i lake. Teški elementi su zemlja i voda, a laki zrak i vatra. U odnosu na središte Zemlje, kad bi bili slobodni u gibanju, poredali bi se kako slijedi: zemlja bi ispunila središte Zemlje i sferu oko njega, iznad zemlje je voda, zatim zrak i napokon vatra koja dodiruje sferu Mjeseca.
2. U skladu s tim svako materijalno tijelo, koje je zapravo mješavina elemenata, ima svojstvo *težine* (latinski *gravitas*) ili svojstvo *lakoće* (*levitas*). Prvo svojstvo jest uzrok da tijelo pada to jest da se nastoji približiti središtu Zemlje. Lakoća je uzrok

podizanja u vis. Primjerice kamen koji se sastoji od elemenata zemlje i vode pada, a dim, koji se sastoji od zraka i vatre, diže se u vis.

3. Gibanje je moguće samo ako na tijelo djeluje uzrok gibanja, tj. sila. Čim prestane djelovati sila prestaje gibanje.
4. Pod djelovanjem težine i lakoće tijela izvode pravocrtna gibanja stalnom brzinom.
5. Brzina je proporcionalna sili i obratno proporcionalna gustoći sredstva kroz koje pada.
6. Na temelju gornjih pravila slijede zaključci:
 - Teže tijelo pada brže od lakšeg
 - Vakuum nije moguć. Naime, u vakuumu je gustoća jednaka nuli, pa bi brzina bila beskonačno velika. Drugim riječima tijelo bi se trenutno premjestilo iz jednog na drugo mjesto što nije moguće.
7. Tvar ne može biti sastavljena od atoma jer bi u tom slučaju između atoma bio vakuum što nije moguće.
8. Nebeska tijela, tj. planeti, Sunce i Mjesec sastavljena su od drugačije tvari nego zemaljska tijela. Tvar od koje su sastavljena nebeska tijela jest vječna i nepromjenljiva. Tvar od koje su sazdana zemaljska tijela je nesavršena i podliježe promjeni.
9. Nebeska tijela imaju idealan oblik glatke kugle.
10. Nebeska tijela gibaju se jednoliko po idealnim savršenim putanjama, tj. po kružnicama.
11. Zakoni gibanja nebeskih tijela nisu isti kao zakoni po kojima se gibaju zemaljska tijela.
12. Prirodno stanje tijela jest mirovanje kad se nalazi na svom prirodnom mjestu.

Bilo je mnogo prigovora na Aristotelove postavke o gibanju. Primjerice: kako to da se kamen bačeni iz ruke nastavlja gibati kad sila pritiska ruke na kamen prestane djelovati?! Isto vrijedi i za strelicu ispuštenu iz luka, odnosno za kamen bačen katapultom. Na to pitanje Aristotel daje odgovor: *Kad se kamen ili strelica gibaju kroz zrak iza njih bi nastao vakuum. Da se to ne dogodi, zrak naglo struji iza strelice. To strujanje stvara silu koja omogućava gibanje.*

Aristotel je sva gibanja podijelio na prirodna gibanja i prisilna gibanja. Prirodno gibanje je ono gibanje koje nastaje zbog djelovanja težine i lakoće. Tim gibanjem tijelo nastoji zauzeti svoje prirodno mjesto u odnosu na središte Zemlje. U zemaljskom području prirodna gibanja su pravocrtna. Primjerice ako nije ničim spriječen kamen pada pravocrtno, a dim se diže također pravocrtno. Prirodno gibanje u nebeskom području je vječno i odvija se po kružnoj putanji, tj. po kružnici. Prisilna gibanja su gibanja pod djelovanjem sile. Primjerice strelica bačena iz luka, kola koja vuče konj ili koja druga životinja. Gibanje broda nastaje pod djelovanjem sile vode na veslo ili pod djelovanjem sile vjetra na jedro.

U svojim proučavanjima prirode Aristotel se oslanjao na promatranje pojava u prirodi i njihovo kvalitativno opisivanje. Nažalost nije se služio planiranim pokusima jer je smatrao da se pojave mogu bolje razumjeti promatrajući ih onako kako se dešavaju u prirodi nego ako ih se promatra umjetno proizvedene u laboratoriju. Aristotel se nije koristio niti matematikom u opisivanju fizikalnih pojava. Tome je s jedne strane razlog što matematika u njegovo vrijeme nije još bila dovoljno razvijena. S druge strane matematika operira s idealnim, nepromjenljivim objektima i

pojmovima, dok se u fizici promatraju nesavršena i promjenljiva tijela pa je Aristotel zaključio da primjena matematike u fizici nije prikladna. Osim toga, Aristotel je pojave u prirodi opisivao samo kvalitativno i pri tome nije pokušavao kvantitativno izraziti fizikalne veličine.

Aristotel je prikupio, sradio i sustavno prikazao gotovo sve postojeće znanje iz područja prirodne filozofije. U okviru svoje prirodne filozofije mogao je naći odgovor i objašnjenja za gotovo sva pitanja iz područja prirodnih znanosti. Odgovori na ta pitanja nisu nužno morali biti ispravni, ali su se uvijek logično uklopili u cjelinu Aristotelova sustava. To je glavni razlog da su kasniji znanstvenici i filozofi prihvaćali Aristotela kao *neprikosnoveni autoritet*. To se podjednako odnosi na antičke, arapske i srednjovjekovne znanstvenike sve do renesanse. Bilo je doduše pojedinačnih znanstvenika koji su dovodili u sumnju neke Aristotelove tvrdnje, primjerice da teža tijela padaju brže. No, to nije bio opći slijed razvoja znanosti. Tijekom daljnjeg razvoja prirodne filozofije i znanosti, znanstvenici ne pokušavaju oboriti ili bitno izmijeniti Aristotelov sustav prirodne filozofije. Njihov je glavni zadatak da pronađu matematičke modele i teorije koje još bolje usklađuju Aristotelov sustav s rezultatima motrenja i s praktičnim iskustvom. Poseban je problem bio nepravilno i retrogradno gibanje planeta po nebeskom svodu. Aristotel je taj problem donekle riješio prihvaćanjem Eudoksovih *homocentričnih sfera*. No, prihvaćaju taj sustav Aristotel je učinio ozbiljnu pogrešku pridavajući Eudoksovim sferama fizikalni smisao za razliku od Eudoksa koji je sfere smatrao samo matematičkim sredstvom koje mu je omogućavalo da objasni retrogradno gibanje planeta. To je poslije prisililo Aristotela da pokuša spojiti skupine sfera koje se odnose na pojedino nebesko tijelo u jedan divovski mehanizam koji je imao sveukupno 56 nebeskih sfera. Poslije Aristotela Eudoksova je teorija u potpunosti odbačena. Taj će problem poslije bolje riješiti Apolonije iz Perge i aleksandrijski astronom Klaudije Ptolemej uvođenjem epickla, deferenata, ekscentara i ekvanata.

7 KOMENTATORI I KRITIČARI ARISTOTELOVE PRIRODNE FILOZOFIJE

7.1 Ivan Filopon (490.-570.)

Za nas su najvažniji Filoponovi komentari Aristotelovih dijela, poglavito kritika Aristotelove teorije gibanja. Posebno je kritizirao dvije Aristotelove postavke o gibanju:

- Kad god se tijelo giba, na tijelo mora djelovati nešto (sila) što proizvodi gibanje.
- Pokretač i pokretano tijelo moraju biti u dodiru dokle god se odvija gibanje.

Filopon je odlučno odbacio te Aristotelove tvrdnje. Umjesto toga zaključio je da se bačeno tijelo giba jer je u njega *utisnuta kinetička sila* od strane pokretača. Ta je sila netjelesna i ponekad se naziva *energeia* (grčki ἐνέργεια). Filopon dalje krivo zaključuje da se tijekom gibanja utisnuta sila postupno troši pa se na kraju tijelo zaustavlja. Tu će *utisnutu silu* znanstvenici nazvati *impetus* i to će biti početak poimanja *tromosti* ili *inercije* tijela. Filopon je mogao sada objasniti pravu ulogu sredstva kroz koje se tijelo giba. Medij ili sredstvo ne samo da ne podržava gibanje tijela, nego ga nasuprot tome koči. Filopon je odbacio i Aristotelovu tvrdnju da je brzina proporcionalna težini tijela i da je obrnuto proporcionalna gustoći medija.

7.2 Aristotel u islamskoj filozofiji

Arapski filozofi i znanstvenici upoznali su se s Aristotelom koncem vladavine Omejida, odnosno početkom vladavine Abasida kad su njegova djela prevedena na arapski, djelom sa sirijskog, a dijelom s izvornog grčkog jezika. Na arapskom jeziku Aristotela nazivaju *Aristutalis* ili još češće *Aristu*. Nazivaju ga još i *Mudar čovjek*, odnosno *Prvi učitelj*. Al-Farabi (870.-950.) je *Drugi učitelj*. Al-Kindi (801.-873.) je napisao djelo:

- *Fi kammiya kutub Aristutalis wa ma yahtaj ilahi fi tahsil al-falsafa.*
- *Količina Aristotelovih knjiga i ono što je potrebno da se upozna filozofija.*

Iako je sljedbenik i obožavatelj Aristotela, Al-Kindi u skladu s islamskim naučavanjem drži da je svijet stvoren ni iz čega (ex nihilo). Prema njemu materija, vrijeme i gibanje imaju početak i kraj. Suprotno tome Aristotel kao i mnogi drugi grčki filozofi drži da materija postoji oduvijek. Prema njemu *Prvi nepokrenuti pokretač* (grčki τὸ πρῶτον κινεῶν ἀκίνητον = *to prōton kinoun akinēton*) je pokrenuo nepokretnu materiju. Vrijeme je slijed gibanja pa je dakle počelo s početkom gibanja. U srednjevjekovnoj skolastici prvi pokretač se naziva *primum movens*.

7.3 Al Biruni (973.-1048.) i Ibn Sina (980.-1037)

Al Biruni kritizira Aristotelovo mišljenje da nebeske sfere nemaju ni *lakoće* na težine te da im je svojstveno kružno gibanje. Al Biruni i Ibn Sina koji su bili suvremenici smatrani su najvećim polihistorima svojeg doba. Al Biruni je vodio pismenu raspravu s Ibn Sinom kritizirajući Aristotela i peripatetičku filozofiju. Al Biruni je postavio Ibn Sini 18 pitanja od kojih se 10 odnosilo na Aristotelovu djelo *O nebu*. Nakon što mu je Ibn Sina odgovorio, Al Biruni nije bio zadovoljan pa su Ibn Sina i njegov učenik Ahmad ibn Ali al Masumi odgovorili na te primjedbe.

Ibn Sina dalje razvija teoriju o „*preuzetj sili*“ koju je postavio Ivan Filopon. Kad je neko tijelo bačeno, smatra Ibn Sina, ono je preuzelo neku silu, tj. dobilo je neko novo *svojstvo*. Pomoću tog svojstva tijelo razmiče sve što mu stoji na putu da se giba u bačenom smjeru. Posije je to svojstvo, odnosno preuzeta sila nazvano *impetus*. Ibn Sina unosi dvije bitne novine u Filoponovu teoriju. Dok Filopon smatra da će bačeno tijelo i u vakumu postupno gubiti *preuzetu silu*, Ibn Sina smatra da će se bačeno tijelo u vakumu u kojem nema nikakvih zapreka gibanju nastaviti gibati u bekonačnost. Osim toga Ibn Sina smatra da se uz zadanu preuzetu silu tijela gibaju brzinom koja je obrnuto srazmjerna njihovoj težini.

7.4 Aristotel u skolastici

Prvi kršćanski filozofi i mislioci priklonili su se Platonu i neoplatonizmu. Smatrali su da Aristotelovo učenje nije u potpunosti u skladu s kršćanskom doktrinom i Biblijom. Budući da je u zapadnoj Europi nakon propasti Rimskog Carstva grčki jezik pao u zaborav i da gotovo nijedno Aristotelovo djelo nije bilo prevedeno na latinski, Aristotelova filozofija je bila praktično nepoznata do konca 12. stoljeća. Osvajanjem Toleda 1085. Španjolci su došli u posjed bogatih biblioteka i velikog broja filozofskih i znanstvenih rukopisa. Nakon nekog vremena uslijedilo je prevođenje tih dijela na kastiljski (španjolski) i latinski jezik. Brzo je shvaćeno da sam Aristotel, a niti njegovi arapski obožavatelji Al-Kindi, Al-Farabi, ibn Rushd (Averroes), Ibn Sina (Avicenna) i drugi nisu kršćani. Što više shvatili su da mnoge Aristotelove ideje nisu u skladu sa

kršćanskom doktrinom, pa je Crkva pokušala spriječiti proučavanje i podučavanje Aristotelove filozofije. U tome je prednjačilo Sveučilište u Parizu. Poznate su njegove zabrane iz 1210. i 1277. No, kad je duh jednom bio pušten iz boce, nije se više mogao vratiti u bocu. U skladu s tim od 1240. lagano popušta zabrana proučavanja Aristotelovih dijela. Upoznavanju kršćanskog Zapada s Aristotelovim djelima mnogo su doprinijeli Albert Veliki (1206.-1280.) i njegov učenik Toma Akvinski (1227.-1274.). Albert Veliki piše:

Oni koji vjeruju da je Aristotel bog, pretpostavit će da nije griješio.

No, oni koji smatraju da je Aristotel čovjek, prihvatit će da je Aristotel griješio.

Albert zatim nastavlja da tamo gdje je Aristotel u pravu može se njegovo učenje uskladiti s kršćanskom doktrinom. Zapravo Albert smatra da je u znanosti i filozofiji najveći autoritet Aristotel, a u teologiji Sveti Augustin.

7.5 Toma Akvinski (1227.-1274.)

Najveće mu je dostignuće prilagodba Aristotelovih dijela skolastici čime je omogućio da Crkva ne samo prihvati nego i širi Aristotelovu filozofiju. Pisao je komentare Aristotelovih djela. Prijevode tih djela neposredno s grčkog pribavio mu je prijatelj William Moerbeke. Godine 1269. ponovo je otišao u Pariz gdje je ostao tri godine. U to je vrijeme Pariško sveučilište odbijalo Aristotelovo učenje. Glavni razlog tome je averoističko stajalište o besmrtnosti duše koje je bilo bliže Aristotelu nego kršćanskom učenju. Toma Akvinski je uspio te otpore prema Aristotelu savladati pa je Aristotelova filozofija napokon prihvaćena.

S gledišta prirodnih znanosti posebno je važno što je Akvinski u svom komentaru Aristotelove fizike prihvatio Averroesov stav o *inercijskoj masi* koju po njemu imaju sva tijela nebeska i zemaljska. Taj su pojam poslije prihvatili Kepler i Newton i dalje ga razradili. Godine 1309. Tomino učenje je postalo službeno učenje dominikanskog reda.

7.6 Thomas Bradwardine (1295.-1349.)

U svom djelu:

De proportionibus velocitatum in motibus (O omjerima brzina u gibanju)

koje je napisao 1328. Bradwardine razmatra jednoliko gibanje tijela kao i omjere brzina. U njemu reinterpreтира Aristotelova stajališta o gibanju. Prema Aristotelu gibanje je moguće samo ako je aktivna sila F veća od sile otpora F_R . S druge strane na temelju zapisa u Aristotelovoj Fizici može se zaključiti da Aristotel smatra da je brzina tijela proporcionalna omjeru F/F_R . Matematičkim putem Bradwardine dokazuje da su te dvije Aristotelove tvrdnje u suprotnosti. Pri tome on pretpostavlja neku početnu vrijednost sile F i otpora F_R . Zatim razmatra slučaj kad F ostaje nepromijenjen, a F_R se udvostruči. Taj postupak ponavlja sve dok vrijednost otpora F_R ne bude veća od vrijednosti sile F . U tom slučaju tijelo se ne može više gibati prema prvoj Aristotelovoj tvrdnji. No, istovremeno brzina prema drugoj Aristotelovoj tvrdnji očito nije jednaka nuli. Prema tome te su dvije tvrdnje međusobne kontradiktorne. Bradwardine tu proturječnost razrješava tako što uzima da se brzina uvećava aritmetički kad se početni omjer F/F_R uvećava geometrijski. Zapravo

Bradwardine tvrdi da brzina tijela v nije proporcionalna omjeru F/F_R , nego logaritmu tog omjera, tj. v je proporcionalno $\log(F/F_R)$. To doduše otklanja spomenutu proturječnost ali nažalost, danas znamo, da ta tvrdnja nije točna. To je mogao ustanoviti i Bradwardine da je izveo stvarni pokus. Međutim u njegovo vrijeme nisu postojali odgovarajući mjerni uređaji. Svejedno je to Bradwardinovo stajalište o sili i brzini bilo široko prihvaćeno i bilo u uporabi slijedećih sto godina. U vrijeme Bradwardina još nisu postojali logaritmi, pa Bradwardine nije ni mogao tako zapisati, ali to proizlazi iz njegova opisa.

7.7 Jean Buridan (1300.-1358.)

Buridan je mnogo pisao iz područja filozofije, logike, metafizike i drugih područja. Poznati su njegovi komentari Aristotelovih dijela. No, za povijest mehanike najvažniji je njegov doprinos u uvođenju pojma *impetus* koji odgovara donekle suvremenom pojmu količine gibanja, odnosno pojmu inercije ili tromosti. U tome Buridan nastavlja rad Filopona iz 6. stoljeća. No, za razliku od Filopona, smatra da se *impetus* sam od sebe ne troši. To znači da bi se bačeno tijelo kad ne bi bilo otpora gibalo beskonačno. Navest ćemo neka Buridanova obrazloženja protiv Aristotelova tumačenja o gibanju bačenog tijela kroz zrak.

Zvrk ili brusna ploča okreću se još dugo nakon što je prestao djelovati pokretač. Pri tome se ne pomiču iz svog položaja, pa zrak ne mora strujati da popuni prazninu koja bi nastala njihovim pomicanjem. Čak, ako se kotač pokrije nečim i potpuno odvoji od okolnog zraka, nastavit će se još dugo okretati. Nakon prestanka teglenja, brod se još neko vrijeme giba. Mornar na palubi broda neće osjetiti da ga zrak gura u leđa, upravo suprotno osjetit će da okolni zrak usporava gibanje broda.

Kad god neki pokretač stavi u gibanje neko tijelo, on tom tijelu predaje određeni *impetus*, tj. neku moć ili sposobnosti koja je u stanju da pokreće tijelo u smjeru u kojem je bačeno. Smjer može biti prema gore, prema dolje, ustranu ili po kružnici. Što je tijelu predana veća brzina, to je veći i *impetus*. *Impetus* pokreće bačeni kamen sve dok se kamen ne prestane gibati. No, uslijed otpora zraka i uslijed težine kamena, gibanje kamena se otklanja od prvotnog pravca, a *impetus* se postupno smanjuje, pa se kamen postupno usporava.

Prema Buridanu *impetus* raste s porastom brzine, srazmjernan je obujmu i gustoći tijela (što znači njegovoj masi). Postojanje *impetusa* objašnjava ubrzano gibanje tijela u slobodnom padu. Tijelo se na početku pada giba samo uslijed težine i zato se giba sporo. No, težina ubrzo predaje *impetus* tijelu pa se sada tijelo giba brže pod djelovanjem *impetusa* i težine. Zato gibanje postaje brže. No, sada je i *impetus* veći zbog veće brzine, pa se tijelo giba još brže. Prema tome će se tijelo gibati sa sve većom brzinom, tj. ubrzano. Buridan u svom djelu *Questiones super libris quattuor de callo et mundo (Pitanja u četiri knjige o nebu i svijetu)* gotovo dolazi do pojma polja sila. U tom djelu piše:

Debemus imaginari a toto caelo unam influentiam continuam usque ad centrum; tamen illa influentia prope caelum et remote habet aliam proprietatem et virtutem, et propter illam influentiam sic virtualiter diversificatam superius et inferius ordinant se gravia et levia in hoc mundo inferiori. Et non debet hoc negari ex eo

quod illam influentiam non percipimus sensibiliter, quia etiam non percipimus illam quae de magnete multiplicatur per medium usque ad ferrum, quae tamen est magne virtutis.

Što prevedeno otprilike glasi:

Trebamo zamisliti u čitavom nebeskom svodu sve do njegova središta jedan neprekinuti utjecaj sile.....

I ne treba taj utjecaj poricati stoga što ga ne opažamo osjetilima jer također ne osjećamo utjecaj koji se od magneta prostire do željeza i koji je također velike snage.

Znamo da je Aristotel smatrao da se tijelo giba samo ako na njega djeluje sila. Sila se može ostvariti samo neposrednim dodiranjem drugog tijela. Tako je nastao problem bačenog tijela. Taj problem Buridan rješava na slijedeći način:

Bačeno tijelo, nakon što napusti ruku onoga koji ga je bacio nastavlja se gibati na račun impetusa koji mu je predao bacatelj. Tijelo će se nastaviti gibati toliko dugo dok impetus bude nadvladavao otpor. Gibanje bi trajalo beskonačno kad impetus ne bi bio umanjivan i uništen silom koja se opire gibanju.

7.8 Albert iz Saske (1316.-1390.)

Doprinos Alberta iz Saske fizici i mehanici sadržan je u njegovom djelu *Tractatus proportionum* (*Rasprava o proporcijama*) te u komentarima Aristotelovih dijela:

- *Quaestiones in Aristotelis libros de Coele et Mundo.*
- *Quaestiones in libros de generatione et corruptione.*
- *Questiones super libros posteriorum Aristotelis.*
- *Subtilissimae quaestiones super octo libros Physicorum.*

Tome treba dodati i *Quaestiones (Pitanja)* u vezi Aristelove Fizike. Ti komentari i rasprave prikazuju mnoge pojmove i ideje prikazane na sažet, jasan i precizan način. Tako prikazane ideje imali su poslije znatan utjecaj na razvoj moderne znanosti u doba renesanse i poslije u znanstvenoj revoluciji. Doduše sve te ideje nisu uvijek izvorne. Albert je slijedio svog prethodnika i učitelja Jeana Buridana, a prihvatio je i neke postavke oxfordskih kalkulatora. Albert u skladu s Buridonovim učenjem napušta Aristotelove i peripatetičke stavove o gibanju. Primjerice, odbacuje Aristotelovo mišljenje da bačeni projektil u gibanju odražavaju vrtlozi zraka koji popunjavaju prazninu koja ostaje iza projektila. Kao i Buridan smatra da *impetus* održava projektil u gibanju. Albert gibanje projektila dijeli u tri faze:

- U prvoj fazi gibanje projektila je pravocrtno u smjeru impetusa. U toj fazi impetus je dominantan, a utjecaj gravitacije zanemarivo mali.
- U drugoj fazi impetus se smanjuje zbog otpora zraka, a gravitacija ima sve veći utjecaj. Putanja se zakrivljuje prema dolje i poprima oblik kružnice.
- U završnoj trećoj fazi impetus je istrošen, pa gravitacija vuče pravocrtno i vertikalno projektil prema dolje.

U vezi gibanja nebeskih tijela prihvaća Buridanovo stajalište da to gibanje ne izaziva nikakva moćna inteligencija ili duh. Bog je u trenutku stvaranja svijeta dao nebeskim tijelima impetus na temelju kojeg se oni vječno gibaju. Pri objašnjavanju

gibanja Albert se služi starijim pojmovima poput *virtus impressa (utisnuta sila)* i *virtus motiva (pokretačka sila)*. Pri gibanju tijela kroz sredinu koja pruža otpor Albert prihvaća Bradwardineov stav da se brzina povećava aritmetičkom progresijom kad se omjer aktivne sile i otpora F/F_R povećava geometrijskom progresijom. Pri slobodnom padu tijela se ubrzavaju jer im gravitacija stalno povećava impetus. Albert pri tome razmatra dvije mogućnosti:

- Brzina raste proporcionalno prijeđenom putu.
- Brzina raste proporcionalno proteklom vremenu.

Albert se nije odlučio između te dvije mogućnosti.

8 ZAKLJUČAK

Aristotel, kao i mnogi drugi veliki mislioci i stvaraoči, čini pogreške i izvodi krive zaključke i tvrdnje. Vidjeli smo da je na području mehanike imao dosta krivih tvrdnji. Primjerice da se tijelo giba samo dok na njega djeluje sila, da je mirovanje prirodno stanje tijelo. Uvodi pojam lakoće (levitas) i težine (gravitas) itd. Sve te tvrdnje su s jedne strane donekle razumljive i konzistentne, tj. čine jedan usklađen i logičan sustav. S druge strane u Aristotelovo vrijeme nije bilo lako ustanoviti da su te tvrdnje u suprotnosti sa stvarnošću. U to vrijeme nije bilo i prikladnih mjernih uređaja ni tradicije izvođenja pokusa.

Osim tih tvrdnji koje nisu očito krive Aristotel je često navodio *očito krive* a ponekad i *apsurdne tvrdnje* čiju je ispravnost ili neispravnost mogao vrlo lako ustanoviti. Jedna od takvih tvrdnji jest da mužjaci imaju veći broj zubi od ženki. Navest ćemo izvorni Aristotelov citat iz druge knjige *O povijesti životinja* poglavlje 3, paragraf 19 .

Περὶ τὰ ζῶα ἱστορίαι Β - Ζωολογία

19 Ἐχουσι δὲ πλείους οἱ ἄρρενες τῶν θηλειῶν ὀδόντας καὶ ἐν ἀνθρώποις καὶ ἐπὶ προβάτων καὶ αἰγῶν καὶ ὑῶν· ἐπὶ δὲ τῶν ἄλλων οὐ τεθεώρηται ποῦ. Ὅσοι δὲ πλείους ἔχουσι, μακροβιώτεροι ὡς ἐπὶ τὸ πολὺ εἰσιν, οἱ δ' ἐλάττους καὶ ἀραιόδοτες ὡς ἐπὶ τὸ πολὺ βραχυβιώτεροι

Peri ta zoa historiai B zoologias

Ekhousi de pleious hoi arrenes ton theleion odontas kai en anthropois kai epi probaton kai aigon kai hyon epi de ton allon ou tetheoretai po.....

O životinjama II. Zoologija

Mušjaci imaju više zubi nego ženke u slučaju ljudi, ovaca, koza i svinja. U slučaju drugih životinja promatranja nisu još provedena.....

O Aristotelovim zabludama često je pisao poznati britanski filozof Bertrand Russell, što spominje i Glenn Elert.

Aristotle professed many things about the physical world and certainly was a great thinker for his time. Unfortunately his scientific statements are usually wrong — sometimes comically. The English philosopher [Bertrand Russell](#) (1872–1970) compiled a list of Aristotle's worst offenses in his 1943 essay *An Outline of Intellectual Rubbish*.

Aristotle, in spite of his reputation, is full of absurdities. He says that children should be conceived in the winter, when the wind is in the north, and that if people

marry too young the children will be female. He tells us that the blood of females is blacker than that of males; that the pig is the only animal liable to measles; that an elephant suffering from insomnia should have its shoulders rubbed with salt, olive-oil, and warm water; that women have fewer teeth than men, and so on.

Aristotle was a philosopher, not a scientist, He is sometimes credited as the inventor of logic. ("Invent" may be too strong a word here. Certainly without Aristotle, logic would have evolved differently.) And logic and reasoning are central to science, so it seems logical and reasonable to assume that Aristotle could have been one of the first scientists. Unfortunately, that's not the way it went. Russell said it best.

Aristotle could have avoided the mistake of thinking that women have fewer teeth than men, by the simple device of asking Mrs. Aristotle to keep her mouth open while he counted.

Glenn Elert

Aristotel je bio nadaren promatrač prirode i u tome je bio vrlo uspješan i plodan. Bio je vrlo sposoban u organizaciji istraživačkog rada i sintezi postignutih rezultata. Poticao je svoje suradnike i studente na prikupljanje podataka njihovu analizu i sintezu. Primjerice kad je istraživao sustave vladanja u grčkim polisima, njegovi su suradnici prikupili izvještaje o sustavima vladanja u 158 grčkih gradova-državica. On je prvi znanstvenik koji je pokušao sakupiti i klasificirati sve dostupne podatke o životinjama i biljkama. Opisao je preko 500 različitih poznatih životinja uključujući i kukce. Ustanovio je da su kitovi i delfini sisavci što je poslije palo u zaborav da bi bilo ponovno otkriveno tek 2000 godina kasnije.

Pišući svoja dijela tijekom 12 godina koje je proveo u Liceju Aristotel je ostvario sintezu sveukupnih grčkih znanstvenih dostignuća. Time je omogućio procvat i osamostaljivanje pojedinih znanstvenih disciplina u doba helenizma. Na kraju možemo zaključiti da su za negativan utjecaj peripatetičke filozofije na razvoj mehanike i fizike više krivi njegovi sljedbenici i apologeti nego sam Aristotel.

Literatura:

- [1] Alfirević, I.: Tenzorski račun i tenzorska mehanika, Golden Marketing, Zagreb, 2006.
- [2] Bird, A.: Philosophy of Science, UCL Press 1998
- [3] Dadić, Ž.: Povijest ideja i metoda u matematici i fizici, Školska knjiga, Zagreb, 1992.
- [4] Dugas, R.: Histoire de la Mécanique, Éditions Dunod, Paris, Éditions du Griffon, Neuchatel, 1950
- [5] Frank, Philipp : Philosophy of Science, The Link Between Science and Philosophy, Dover Publications, New York 2004
- [6] Grigorjan, A. T.: Mehanika od antičnosti do naših dneja, Nauka, Moskva, 1974
- [7] Kalin, B.: Povijest filozofije, Školska knjiga, Zagreb, 1987.
- [8] Russell, B.: Mudrost Zapada, Marjan Tisak, Split, 2005.

Autor:

Ivo Alfirević, Sveučilište Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za tehničku mehaniku, Ivana Lučića 5, 10002 Zagreb, tel. 01 6168240, fax 01 6156940, e-mail: ivo.alfirevic@fsb.hr.

DINAMIČKA ANALIZA CNC STROJA ZA REZANJE PLAZMOM

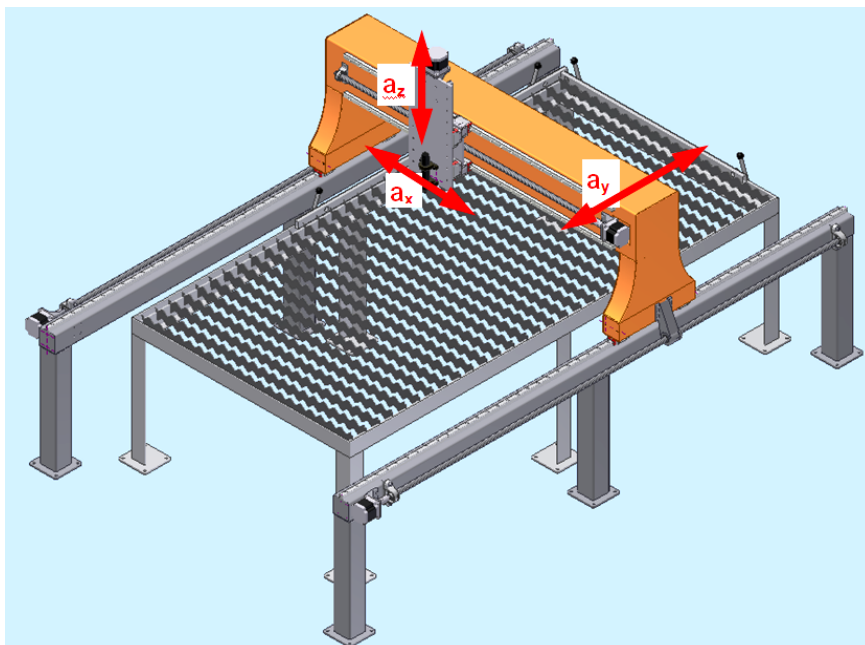
T. Baškarić, T. Ergić, Z. Ivandić, D. Kozak, D. Damjanović

Sažetak: U radu je dinamički analizirana konstrukcija CNC stroja za rezanje plazmom. Deformacije dijelova stroja koji nose plazma gorionik izravno utječu na kvalitetu tehnološkog postupka stroja. Potrebno je da pomaci vrha gorionika budu manji od 0,02 mm što je bio jedan od početnih uvjeta koje stroj mora ispuniti. Iz tog razloga su analitički i numerički (metodom konačnih elemenata) izračunati pomaci vrha plazma gorionika pri maksimalnom ubrzanju posmaka stroja u najnepovoljnijem položaju. Do neželjenog pomaka vrha plazma gorionika može doći uslijed rezonancije pojedinih dijelova stroja. Stoga su izračunate vlastite frekvencije nekih dijelova stroja. Na realnoj konstrukciji su izvršena potrebna mjerenja dinamičkih veličina s ciljem identifikacije i dokazivanja izračunatih veličina.

Ključne riječi: *dinamička analiza, metoda identifikacije, prigušenje, pojačanje amplitude vibriranja*

1 UVOD

Na pomake vrha plazma gorionika utječu vibracije uzrokovane radom pogonskih motora. Zbog toga se pristupilo proračunu i mjerenju vlastitih frekvencija i prigušenja dijelova stroja. Na taj način utvrđeno je da li stroj radi u nadkritičnom području vibracija te koliko je pojačanje amplitude vibriranja kada stroj dođe u područje rezonantnih pobudnih frekvencija. Ovakva analiza je nužna za nove konstrukcije strojeva kako bi se potvrdila očekivana preciznost stroja. Pomoću dobivenih rezultata se može opisati dinamičko ponašanje sustava te projektirati automatska regulacija na stroju.



Sl. 1. Konstrukcija CNC stroja za rezanje plazmom

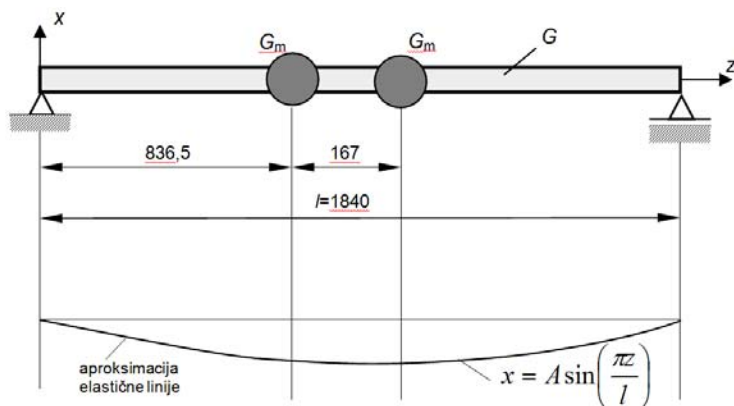
Prije početka konstruiranja definirano je da stroj mora ostvariti ubrzanja posmaka u iznosu od $a=5,2 \text{ m/s}^2$. Na slici 1 prikazana je konstrukcija stroja za rezanje plazmom na kojoj su ucrtani vektori ubrzanja za gibanja na stroju.

2 PRORAČUN DEFORMACIJA GREDE STROJA

Sile rezanja plazmom su zanemarive, a dominantno opterećenje konstrukcije stroja nastaje uslijed ubrzanja dijelova stroja. Do neželjenog pomaka vrha plazma gorionika dolazi uslijed deformiranja grede stroja koja nosi plazma gorionik. Stoga su izračunate samo deformacije grede stroja a iz njih je preračunat pomak vrha plazma gorionika. Analitički dobiven pomak vrha plazma gorionika iznosi $0,0092 \text{ mm}$ što ispunjava unaprijed zadane uvjete. Ovaj proračun je proveden i numerički metodom konačnih elemenata te je potvrđen analitički dobiveni rezultat.

3 ANALITIČKI PRORAČUN VLASTITE FREKVENCIJE GREDE STROJA

Ranije je spomenuto da na kvalitetu tehnološkog postupka rezanja plazmom utječu deformacije stroja, odnosno neželjeni pomak plazma gorionika uslijed deformacija stroja. Do neželjenih pomaka može doći kada pojedini dijelovi stroja dođu u rezonanciju. Zbog toga su proračunate vlastite frekvencije grede stroja. Greda stroja je u ovom proračunu razmatrana kao ravna greda s vlastitom težinom i dvije koncentrirane mase koje zamjenjuju poprečni posmak (slika 2).



Sl. 2. Shematski prikaz grede i aproksimacije elastične linije

Vlastita frekvencija grede je određena Rayleighovom metodom. Elastična linije grede je aproksimirana jednačbom sinusoide:

$$x = A \sin \frac{\pi z}{l} \quad (1)$$

Maksimalna potencijalna energija grede:

$$E_{p \max} = \frac{1}{2} \int_0^l EI x''^2 dz = EI \cdot \frac{A^2 \pi^4}{4l^3} \quad (2)$$

Maksimalna kinetička energija grede:

$$E_{k \max} = \int_0^l \frac{m \omega^2 x^2}{2l} dz = \frac{mA^2 \omega^2}{4} \quad (3)$$

Kinetička energija koncentriranih masa:

$$E_{kQ \max} = \frac{G_m}{g} A^2 \omega^2 \quad (4)$$

Prva vlastita frekvencija

$$E_{p \max} = E_{k \max} + E_{kQ \max} \quad (5)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{EIg\pi^4}{l^3(mg + 4G_m)}} = 1061,06 \text{ rad/s} \quad (6)$$

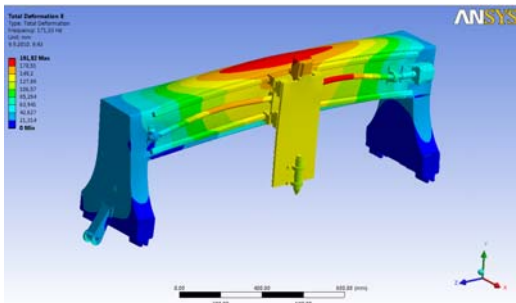
$$f = \frac{\omega}{2\pi} = 168,87 \text{ Hz} \quad (7)$$

4 NUMERIČKI PRORAČUN VLASTITIH FREKVENCIJA GREDE STROJA

Analitičkim proračunom vlastite frekvencije dobiven je samo jedan mod vlastite frekvencije grede.

Ovdje je analizirana realna geometrija konstrukcije i izračunato je prvih pet modova vibriranja, odnosno prvih pet vlastitih frekvencija.

Numerički proračun vlastitih frekvencija je napravljen u softveru Ansys Workbench. U tablici 1 prikazano je prvih 5 vlastitih frekvencija. Numerički izračunat treći mod vibriranja odgovara analitički izračunatoj vlastitoj frekvenciji. Slika 3 prikazuje deformacije kod numerički dobivenog trećeg moda vibriranja.



Sl. 3. Treći mod vibriranja.

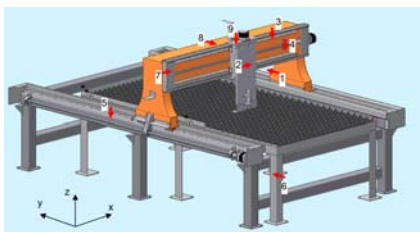
Tablica 1. Numerički dobivene vlastite frekvencije.

Mod vibriranja	Vlastita frekvencija
1	66 Hz
2	124 Hz
3	171 Hz
4	207 Hz
5	212 Hz

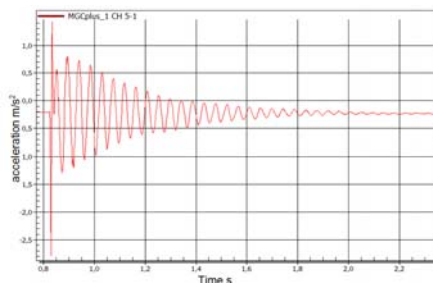
Najmanja pobudna frekvencija pojaviti će se na stroju pri rezanju najmanjom brzinom posmaka. Ona iznosi 275 Hz. Kako je vlastita frekvencija grede znatno manja od pobudne frekvencije jasno je da stoj radi u nadkritičnom području.

5 MJERENJE VLASTITE FREKVENCIJE GREDE

U sklopu ovoga rada izrađen je CNC stroj za rezanje plazmom. Slika 4 prikazuje mjerna mjesta na stroju.



Sl.4. Mjerna mjesta na stroju.



Sl. 5. Dijagram mjerenja vlastite frekvencije grede stroja.

Na mjernom mjestu 8 (slika 4) postavljen je primač ubrzanja. Udarcem u konstrukciju je unesen impuls te je snimljen odziv konstrukcije. Na slici 5 prikazan je dijagram ubrzanja konstrukcije pri ovom mjerenju. Frekvencija prikupljanja podataka pri ovom mjerenju je iznosila 2,4 kHz (engl. sample rate).

Izmjerena vlastita frekvencija grede iznosi 23 Hz. Mjerenjem dvije uzastopne amplitude ubrzanja na dijagramu izračunat je logaritamski dekrament prigušenja [2]:

$$\delta = \ln \frac{a_n}{a_{n+1}} = \ln \frac{21}{18} = 0,15 \quad (8)$$

Iz logaritamskog dekramenta prigušenja izračunato je i prigušenje:

$$\xi = \frac{\delta}{2\pi} = \frac{0,15}{2\pi} = 0,024 \quad (9)$$

Izmjerena vlastita frekvencija (23 Hz) je puno niža od one izračunate analitičkim i numeričkim putem (≈ 170 Hz). Razlog ovoga odstupanja leži u činjenici što zapravo na mjernom mjestu 8 nije izmjerena vlastita frekvencija grede nego vlastita frekvencija postolja stroja čija je amplituda bila dominantna.

Pri mjerenju vlastite frekvencije grede na mjernom mjestu 1 također je bila dominantna amplituda vibriranja postolja stroja i dobiven je isti rezultat vlastite frekvencije.

Metodom identifikacije izračunata je amplifikacija amplitude vibriranja za gredu stroja.

$$V_\eta = \frac{1}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + (2\eta\xi)^2}} = 0,64 \quad (10)$$

$$\eta = \frac{\Omega}{\omega} = \frac{1727,87}{1075,87} = 1,6 \quad (11)$$

$$\omega = 2\pi f = 2 \cdot \pi \cdot 171,23 = 1075,9 \text{ rad/s} \quad (12)$$

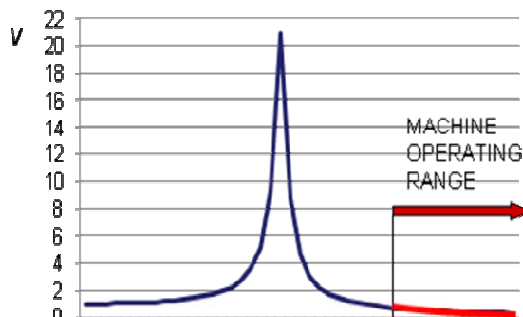
$$\Omega = 2\pi f_{\text{vz}} = 2 \cdot \pi \cdot 275 = 1727,9 \text{ rad/s} \quad (13)$$

Izračunato je pojačanje amplitude vibriranja grede pri rezonanciji:

$$V_{\text{rez}} = \frac{1}{2\xi} = \frac{1}{2 \cdot 0,024} = 20,8 \quad (14)$$

Na slici 6 prikazan je dijagram pojačanja amplitude vibriranja ovisno o omjeru pobudne i vlastite frekvencija.

Iz dijagrama je vidljivo da stroj radi u nadkritičnom području pobudnih vibracija te da dolazi do smanjenja amplitude vibriranja.



Sl. 6. Dijagram pojačanja amplitude vibriranja (resonance transmissibility).

6 ZAKLJUČAK

U radu je dinamički analizirana konstrukcija CNC stroja za rezanje plazmom.

Kako bi se izbjegla pojava rezonancije analitički i numerički su izračunate vlastite frekvencije dijelova stroja. Utvrđeno je da stroj radi u nadkritičnom području pobudnih vibracija.

Izmjerene su vlastite frekvencije pojedinih dijelova stroja kako bi se odredila prigušenja. Iz rezultata mjerenja je zaključeno da su umjesto vlastite frekvencije grede stroja izmjerena vlastita frekvencija postolja stroja čija je amplituda bila dominantna. Stoga bi u daljnjem radu bilo potrebno ukrotiti konstrukciju postolja stroja i ponoviti mjerenja vlastitih frekvencija.

S dobivenim rezultatima je moguće definirati diferencijalnu jednadžbu koja opisuje dinamičko ponašanje sustava.

Rezultate ovoga rada je moguće koristiti u automatskoj regulaciji. Pomoću dobivenih rezultata može se definirati jednadžba proporcionalnog člana drugog stupnja pomoću koje se traži stabilnost regulacije sustava.

Literatura

- [1] Hercigonja, E., „Strojni elementi I“, Školska knjiga, 1996, pp. 160
- [2] Hartog, D., „Vibracije u mašinstvu“, Građevinska knjiga, 1972, pp. 32-37
- [3] Alfirević, I., „Nauka o čvrstoći I“, Tehnička knjiga, 1995, pp. 139-158
- [4] Bazjanac, D., „Nauka o čvrstoći“, Tehnička knjiga, 1968, pp. 246
- [5] Clough, R. W., Penzien, J., „Dynamics of Structures“, McGraw W-Hill, 1975
- [6] Krämer, E., „Machinen-dynamik“, Springer-Verlag, 1984.

Autori:

Tomislav Baškarić, Todor Ergić, Željko Ivandić, Dražan Kozak, Darko Damjanović, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Strojarski fakultet u Slavanskom Brodu, Zavod za strojarske konstrukcije, Trg I. B. Mažuranić 2, tel. +38535493427, e-mail: tomislav.baskaric@sfsb.hr, web stranica: www.sfsb.com

ANALITIČKA I NUMERIČKA ANALIZA NAPREZANJA I DEFORMACIJA HIPERSTATIČKOG OKVIRNOG NOSAČA

Bobek, D., Matejiček, F., Konjatić P.

Sažetak: U ovome radu analiziran je utjecaj ukrućenja na pomake i stabilnost jednog okvirnog nosača. U prvom slučaju okvirni nosač se sastoji od dva ravna nosača koja su spojena krutom vezom pod pravim kutom. S obzirom na naprezanje savijanja dimenzionirati će se odgovarajući profil nosača. Potom je na isti nosač dodana zglobno vezana ukruta te je analizirano utječe li ona na krutost i pomake nosača i u kojoj mjeri. Nadalje je variran i njezin položaj na samom okvirnom nosaču.

Ključne riječi: okvirni nosač, statički neodređen, ukruta

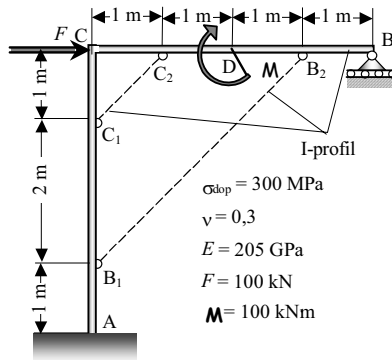
1 UVOD

S obzirom na broj reakcija i broj jednadžbi koje se mogu postaviti za uvjet statičke ravnoteže, nosači mogu biti statički određeni ili statički neodređeni [1]. Statički određeni nosači se rješavaju samo pomoću uvjeta ravnoteže jer je kod njih moguće samo jedno ravnotežno stanje. Statički neodređeni nosači imaju više ravnotežnih stanja i više mogućih stanja pomaka, stoga se za njihovo rješavanje osim uvjeta ravnoteže koriste i dodatni uvjeti deformiranja.

Najveće deformacije u konstrukciji nastaju uslijed djelovanja momenata savijanja, a najmanje (zanemarivih vrijednosti) su od poprečne sile. Utjecaj uzdužne sile je zanemariv, osim kod štapova u kojima je uzdužna sila N dominantna i kod štapova malog poprečnog presjeka.

2 OKVIRNI NOSAČ

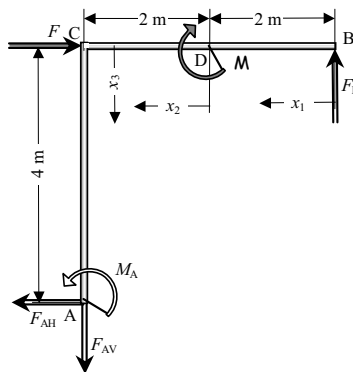
Okvirni nosač prikazan na slici 1 se sastoji od dva ravna nosača. Oni su u točki C spojeni krutom vezom. U praksi se najčešće takvi spojevi ostvaruju zavarivanjem. Nosač je u točki A ukliješten, što znači da su mu ograničeni pomaci i zakreti. Dok je u točki B oslonjen na pomičan oslonac koji omogućava horizontalan pomak. Ukruta B1-B2, odnosno C1-C2 je zglobno spojena na okvirni nosač. Zbog toga se na ukrutu ne prenosi moment, što znači da će ukruta na sebe preuzeti samo uzdužno opterećenje. Ukruta je zapravo osno opterećeni štap. Ovaj nosač je analiziran u tri konfiguracije. Najprije je okvirni nosač promatran bez ukrute, a zatim sa zglobno vezanom ukrutom B1-B2. Na kraju je ukruta postavljena u točke C1-C2. Nosač i ukruta su od I-profila. U sva tri slučaja je dimenzioniran poprečni presjek I-profila s obzirom na čvrstoću.



Sl. 1. Shematski oblik okvirnog nosača i opterećenja

3 ANALITIČKO RJEŠENJE NOSAČA BEZ UKRUTE

Za okvirni nosač prikazan na slici 2, primjenom drugog Castiglianovog teorema određivane su reakcije veza, pomak točke B i zakret točke C. Također je i dimenzioniran okvirni nosač (I-profil).



Sl. 2. Područja integriranja

Iz uvjeta ravnoteže može se izračunati:

$$F_{AH} = 100 \text{ kN}, F_{AV} = F_B \text{ i } M_A = M + 4F - 4F_B \quad (1)$$

Drugi Castiglianov teorem [2] za pomak u točki B glasi:

$$\frac{\partial U}{\partial F_B} = w_B = 0 \quad (2)$$

Unutrašnja energiju zadanog nosača može se izračunati parcijalnim zbrajanjem energija:

$$U = U_{B-D} + U_{D-C} + U_{C-A} \quad (3)$$

Kada se primjeni izraz (2) na jednadžbu (3) dobije se:

$$\frac{\partial U_{B-D}}{\partial F_B} = \frac{1}{EI} \int_l M_y(x_1) \cdot \frac{\partial M_y(x_1)}{\partial F_B} dx_1 \quad (4)$$

$$\frac{\partial U_{D-C}}{\partial F_B} = \frac{1}{EI} \int_l M_y(x_2) \cdot \frac{\partial M_y(x_2)}{\partial F_B} dx_2 \quad (5)$$

$$\frac{\partial U_{C-A}}{\partial F_B} = \frac{1}{EI} \int_l M_y(x_3) \cdot \frac{\partial M_y(x_3)}{\partial F_B} dx_3 \quad (6)$$

Nakon integriranja slijedi:

$$\frac{1}{EI} \left(\frac{256}{3} F_B - 22M - 32F \right) = 0 \quad (7)$$

odnosno:

$$F_B = 63,3 \text{ kN} \quad (8)$$

Povratom u jednažbe (1) slijedi:

$$F_{AV} = F_B = 63,3 \text{ kN} \quad (9)$$

$$M_A = 246,9 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad (10)$$

Moment u točki A je najveći te je i naprezanje najveće u toj točki. Stoga se može dimenzionirati profil nosača prema tom momentu.

$$W \geq \frac{|M_A^g|}{\sigma_{\text{dop}}} \quad (11)$$

$$W \geq 822,92 \text{ cm}^3$$

Prema momentu otpora $W \geq 822,92 \text{ cm}^3$ odabran je profil prema DIN-u (1025) 260 I PBI [3].

4 ANALITIČKO RJEŠENJE NOSAČA S UKRUTOM B₁-B₂ I C₁-C₂

Za izabrani profil provjeriti će se unutrašnje sile u okvirnom nosaču. Ukruta B₁-B₂ je zglobno vezana za okvirni nosač. Budući da u zglobu nema momenta, tj. ne prenosi se moment, očito je kako je ukruta osno opterećeni štap. Kada se oslobodi tijelo veza, na mjestu ukrute postoje dvije sile koje su jednake po iznosu, ali su suprotno usmjerene, ujedno je ovaj nosač dva puta statički neodređen.

Unutrašnja sila utječe na produljenje ukrute. Produljenje ukrute Δl_{b1} određuje se iz pomaka točkaka okvirnog nosača. Na početku ukruta je duljine l_B , a nakon deformacije će biti duljine $l_B + \Delta l_{b1}$ (očito će doći do produljenja). Poznavajući izraz za produljenje štapa [4,5]:

$$\Delta l_{b2} = \frac{F_K \cdot l_B}{E \cdot A} \quad (12)$$

Varirana je unutrašnja sila F_K dok se ne ispuni uvjet $\Delta l_{b1} \cong \Delta l_{b2}$. Kada se postigne taj uvjet, određena je i unutrašnja silu ukrute.

Prema izrazu za Drugi Castiglianov teorem može se odrediti pomak u točki B.

Unutrašnja energija zadanog nosača izračunata je parcijalnim zbrajanjem energija:

$$U = U_{B-K} + U_{K-D} + U_{D-C} + U_{C-J} + U_{J-A} \quad (13)$$

Nakon integriranja i sređivanja slijedi:

$$F_B = \frac{33}{128}M + \frac{3}{8}F + \frac{189 \cdot \sqrt{2}}{1024}F_K \quad (14)$$

Kako bi se odredili pomaci u točkama nosača, potrebno je dodati fiktivna opterećenja s vrijednostima nula u tim točkama.

Primjenom Drugog Castiglianovog teorema, nakon integriranja određeni su horizontalni pomaci u_K i u_J , te vertikalni pomak w_K :

$$u_K = \frac{1}{EI} \left(\begin{array}{l} -32b^3 \cdot F_B + 8b^2 \cdot M + \\ \frac{64}{3}b^3 \cdot F + \frac{9\sqrt{2}}{4}b^3 \cdot F_K \end{array} \right) \quad (15)$$

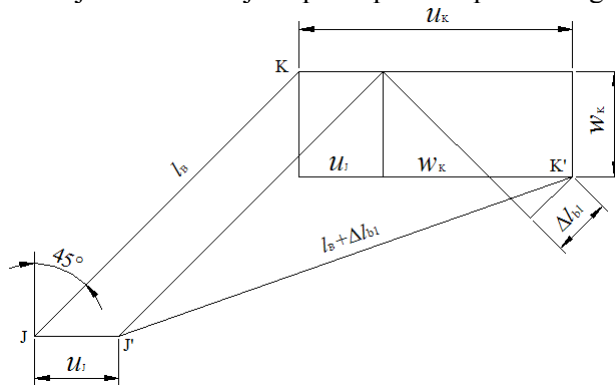
odnosno:

$$u_J = \frac{1}{EI} \left(-2b^3 \cdot F_B + \frac{1}{2}b^2 \cdot M + \frac{11}{6}b^3 \cdot F \right) \quad (16)$$

i na kraju:

$$w_K = \frac{1}{EI} \left(\begin{array}{l} \frac{37}{256}b^2 \cdot M + \frac{15}{16}b^3 \cdot F \\ -\frac{207\sqrt{2}}{2048}b^3 \cdot F_K \end{array} \right) \quad (17)$$

Produljenje ukrute Δl_{b1} koje nastaje kao rezultat opterećenja cijele konstrukcije se može izračunati preko uvjeta deformacije iz plana pomaka prikazanog na slici 3.



Sl. 3. Plan pomaka

Preko najvećeg momenta dimenzioniran je nosač:

$$M_K = F_B \cdot l = 102,81 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

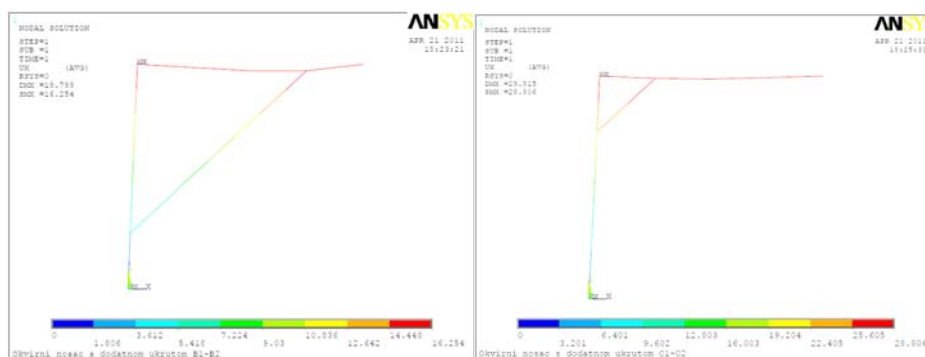
$$\sigma_K = \frac{|M_K|}{W} \leq \sigma_{\text{dop}} \quad (18)$$

$$W \geq 342,7 \text{ cm}^3 \quad (19)$$

Prema momentu otpora $W \geq 342,7 \text{ cm}^3$ odabran je profil 200 I PBI.

Isti postupak je proveden za položaj ukrute u točkama C₁ i C₂ a usporedba rješenja je prikazana u tablici 1.

Za potvrdu analitičkih rješenja, provedene su i numeričke simulacije primjenom metode konačnih elemenata koristeći softver ANSYS [6]. Pripremljeni su odgovarajući modeli nosača pri čemu je nosač modeliran beam“ konačnim elementima, a ukruta ljn“ elementima koji samo prenose uzduž nu silu. Raspodjele horizontalnih pomaka za ukrutu u obadva položaja prikazane su na slici 3, a rezultati reakcija, pomaka i zakreta su prikazani u tablici 1.



Sl. 4 Horizontalni pomaci okvirnog nosača s dodatnom ukrutom B₁-B₂ i C₁-C₂

		ANALITIČKA RJEŠENJA	NUMERIČKA RJEŠENJA
OKVIRNI NOSAČ BEZ UKRUTE	Reakcija u osloncu B, F_B [kN]	63,28	63,24
	Reakcija u osloncu A, F_{AH} [kN]	100	100
	Reakcija u osloncu A, F_{AV} [kN]	63,28	63,24
	Moment u osloncu A, M_A [kNm]	246,8	247,0
	Pomak u B, u_B [mm]	42,4	42,454
	Zakret u C, α_C [°]	0,00875	0,00878
OKVIRNI NOSAČ S DODATNOM UKRUTOM B ₁ -B ₂	Reakcija u osloncu B, F_B [kN]	103,1	102,9
	Reakcija u osloncu A, F_{AH} [kN]	100	100
	Reakcija u osloncu A, F_{AV} [kN]	103,1	102,9
	Moment u osloncu A, M_A [kNm]	87,66	88,27
	Pomak u B, u_B [mm]	15,8	15,0
	Zakret u C, α_C [°]	0,00474	0,00483
OKVIRNI NOSAČ S DODATNOM UKRUTOM C ₁ -C ₂	Reakcija u osloncu B, F_B [kN]	73,98	73,58
	Reakcija u osloncu A, F_{AH} [kN]	100	100
	Reakcija u osloncu A, F_{AV} [kN]	73,98	73,58
	Moment u osloncu A, M_A [kNm]	204,07	205,69
	Pomak u B, u_B [mm]	28,27	28,68
	Zakret u C, α_C [°]	0,00632	0,00642

Tablica 1 Usporedba analitičkih i numeričkih rezultata

5 ZAKLJUČAK

Prvenstveni cilj ovog rada je bio provjeriti kako i u kojoj mjeri ukruta utječe na stabilnost, nosivost i krutost okvirnog nosača. Prema dobivenim rezultatima evidentno je kako je nosač stabilniji što se ukruta nalazi na većem rasponu. Vidljivo je kako se variranjem mjesta postavljanja ukrute mijenjaju iznosi deformacije i naprezanja. Prema tome, postavljanjem ukrute na odgovarajuće mjesto mogu se bitno smanjiti naprezanja, a samim time su potrebne i manje dimenzije nosača za istu nosivost. Profil nosača je određivan prema momentu otpora W . Za okvirni nosač bez ukrute je odabran profil s momentom otpora $W = 836 \text{ cm}^3$, a s dodatnom ukrutom na velikom rasponu s momentom otpora $W = 389 \text{ cm}^3$. Ovakvim postavljanjem ukrute potreban moment otpora se smanjio za 55%. Ukruta u blizini točke C nije došla do izražaja te nije značajno utjecala na dimenziju konstrukcije. Pridonijela je samo stabilnosti (krutosti) nosača.

Literatura

- [1] Matejiček, Franjo: *Uvod u statiku sa zbirkom zadataka*, Zagreb, Golden marketing – Tehnička knjiga, 2005, str. 279.
- [2] Alfirević, I.: *Nauka o čvrstoći II.*, Zagreb, Golden marketing, 1999.
- [3] DIN 1025 - *Hot rolled I and H sections*, 1995.
- [4] Alfirević, I.: *Nauka o čvrstoći I.*, Zagreb, ITP – Tehnička knjiga, 1995.
- [5] Brnić, Josip, Turkalj, Goran: *Nauka o čvrstoći I*, Rijeka, Tehnički fakultet Sveučilišta u Rijeci, 2004, 545.
- [6] ANSYS 11, www.ansys.com

Autori:

Darko Bobek, Sveučilište Josipa Juraja Strossmayera u Osijeku, Strojarski fakultet u Slavanskom Brodu, student, Kutinska Slatina, Stjepana Kefelje 113, HR-44320 Kutina, tel. 385 (0)98 9348285, e-mail: darko.bobek@sfsb.hr

Franjo Matejiček, Sveučilište Josipa Juraja Strossmayera u Osijeku, Strojarski fakultet u Slavanskom Brodu, Zavod za strojarske konstrukcije, Trg I. B. Mažuranić 2, HR-35000 Slavonski Brod, tel. 385 (0)35 493451, fax. 385 (0)35 446446, e-mail: franjo.matejicsek@sfsb.hr

Pejo Konjatić, Sveučilište Josipa Juraja Strossmayera u Osijeku, Strojarski fakultet u Slavanskom Brodu, Zavod za strojarske konstrukcije, Trg I. B. Mažuranić 2, HR-35000 Slavonski Brod, tel. 385 (0)35 493416, fax. 385 (0)35 446446, e-mail: pejo.konjatic@sfsb.hr

EKSPERIMENTALNO I NUMERIČKO MODELIRANJE ZAMORNOG PONAŠANJA NODULARNOG LIJEVA

Čanžar, P., Tonković, Z., Bakić, A., Kodvanj, J.

Sažetak: U radu su prikazani rezultati eksperimentalnih i numeričkih istraživanja niskocikličkog zamora provedenih na dva tipa nodularnog lijeva EN-GJS-400-18-LT dobivenih različitim tehnologijama lijevanja. Eksperimentom su obuhvaćena monotona vlačna ispitivanja, simetrična i asimetrična ciklička ispitivanja, kao i ispitivanje lomne žilavosti i rasta zamorne pukotine u materijalu. U okviru numeričkog modeliranja određeni su parametri materijala za konstitutivni model cikličke plastičnosti te parametri za iniciranje pukotine. Materijalni model se temelji na više-komponentnom obliku izotropnih i kinematičkih varijabli očvršćenja uz von Mises-ov kriterij tečenja. Numerički algoritam je implementiran u programski paket Abaqus. Trenutno se radi na usporedbi numeričkih i eksperimentalnih rezultata.

Ključne riječi: *niskociklički zamor, nodularni ljev, eksperiment, metoda konačnih elemenata, ciklička plastičnost.*

1 UVOD

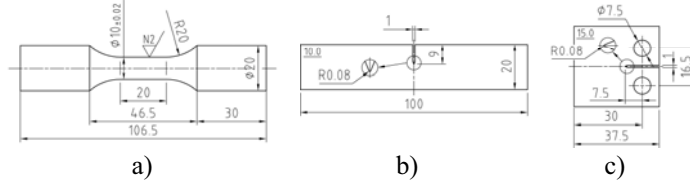
Utjecaj mikrostrukture je ključan parametar za opisivanje procesa deformiranja nodularnog lijeva. Zamorno ponašanje ovog materijala, ovisno o različitim mikrostrukturama, nedovoljno je istraženo u dosadašnjoj literaturi [3, 4]. U ovom su radu provedena eksperimentalna i numerička istraživanja utjecaja broja, veličine i oblika nodula, kao i udjela perlitne faze u feritnoj matrici na zamorno ponašanje materijala. Eksperimentalna istraživanja napravljena su u Laboratoriju za eksperimentalnu mehaniku, a numeričko modeliranje u Laboratoriju za numeričku mehaniku Fakulteta strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu. Eksperimenti su provedeni na epruvetama sa i bez zarez na dinamičkoj kidalici (LFV 50-HH; Walter, Bai AG), kao i na cilindričnim epruvetama bez zarez na kvazi-statičkoj kidalici (MESSPHYSIK BETA 50-5) pri sobnoj temperaturi. Određene su mehaničke karakteristike materijala za opisivanje rasta pukotine za različite nivoe opterećenja, kao i parametri materijala za definiranje konstitutivnih jednadžbi cikličke plastičnosti. Numerički algoritam za probleme ljsaka, prikazan u [5] izveden je za trodimenzijski kinematički model i implementiran u programski paket ABAQUS [1].

2 EKSPERIMENTI

2.1 Jednoosni ciklički testovi

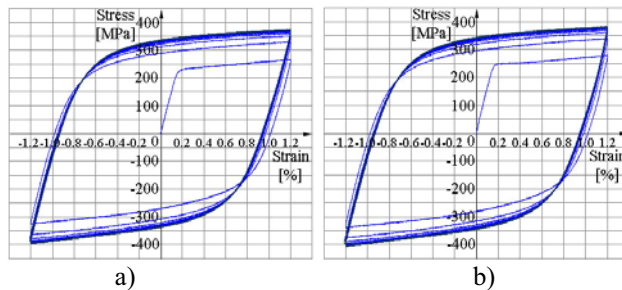
Za eksperimentalno istraživanje niskocikličkog zamornog ponašanja materijala provedena su monotona vlačna ispitivanja, kao i jednoosna simetrična i asimetrična ciklička ispitivanja, na cilindričnim epruvetama bez zarez čija je geometrija dana na slici 1a (ASTM EN606). Za ispitivanje lomne žilavosti materijala primijenjene su

eprovete sa zarezom, debljine 10mm, za savijanje u tri točke (SENB) u skladu sa standardom ASTM E1820 (slika 1b). Osim toga, za određivanje rasta zamorne pukotine u materijalu, primijenjene su CT epruvete sa zarezom prema ASTM E647 (slika 1c). Mehaničke karakteristike nodularnog lijeva (tip 200) dobivene monotonim vlačnim testom su kako slijedi: granica razvlačenja materijala je $\sigma_{0,2} = 256$ MPa, vlačna čvrstoća $\sigma_M=417$ MPa, modul elastičnosti $E=182$ GPa te Poissonov faktor $\nu =0,3$. Postotno produljenje nakon loma materijala iznosi 23,5%.

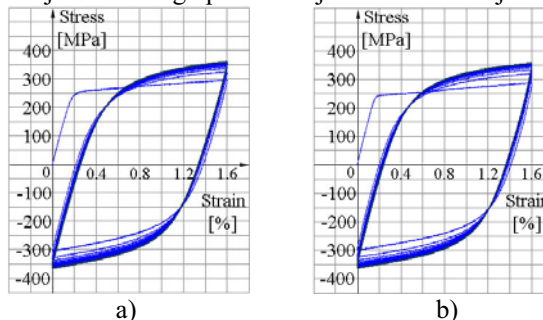


Sl. 1. Oblik i dimenzije epruveta: a) cilindrična epraveta za ciklička ispitivanja, b) SENB epraveta sa zarezom, c) CT epraveta sa zarezom

Ciklička ispitivanja provedena su pri konstantnim amplitudama deformacija korištenjem mehaničkog ekstenzometra duljine 10 mm. Slike 2 i 3 prikazuju histereze za slučaj simetričnog i asimetričnog opterećivanja s kontroliranom deformacijom. Pritom je amplituda deformacije ($\Delta\varepsilon / 2$) za simetrični test iznosila 1,2% (sl. 2), dok su kod asimetričnog testa amplituda deformacije, kao i srednja deformacija, bile jednake 0,8% (sl. 3). Iz dijagrama je vidljivo da dolazi do značajnog cikličkog očvršćenja materijala što se očituje u povećanju amplitude naprezanja s brojem ciklusa opterećenja. Pritom se stabilizirano naprezanje dobiva nakon desetak ciklusa opterećivanja. Nadalje, uspoređujući petlje histereza za simetrični i asimetrični test, može se zaključiti da srednja deformacija nema značajan utjecaj na cikličko očvršćenje materijala.

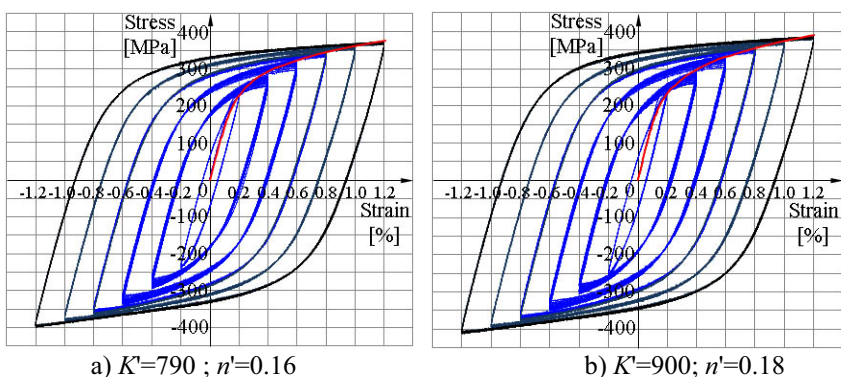


Sl. 2. Histereze za slučaj simetričnog opterećivanja za nodularni lijev: a) tip 200 i b) tip 300



Sl. 3. Histereze za slučaj asimetričnog opterećivanja za nodularni lijev: a) tip 200 i b) tip 300

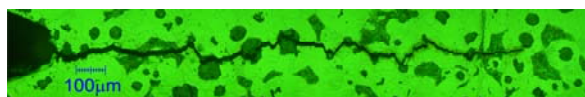
Na slici 4 prikazane su stabilizirane histereze za slučaj cikličkog opterećivanja s povećavanjem amplitude deformacije. Ovdje je amplituda povećavana u koracima od 0,2%, dok je srednja deformacija bila jednaka nuli. Broj ciklusa za svaki korak je 40, a maksimalna amplituda deformacije je jednaka 1,2%. Krivulja cikličko naprežanje-deformacija, koja je od velike važnosti za niskociklički zamor, konstruirana je na slici 4a i 4b na način da povezuje vrhove stabiliziranih petlji histereza. Za njenu analitičku aproksimaciju primjenom Ramberg-Osgoodovog materijalnog modela primijenjena je metoda najmanjih kvadrata te su dobiveni parametri materijala prikazani na slici 4a i 4b za oba tipa nodularnog lijeva. Može se uočiti da postoji razlika u vrijednostima parametara materijala, no ta razlika nije tako značajna. Na taj način može se zaključiti da veličina, raspodjela i broj nodula nemaju značajan utjecaj na cikličko ponašanje materijala.



Sl. 4. Stabilizirane histereze za nodularni lijev: a) tip 200 i b) tip 300

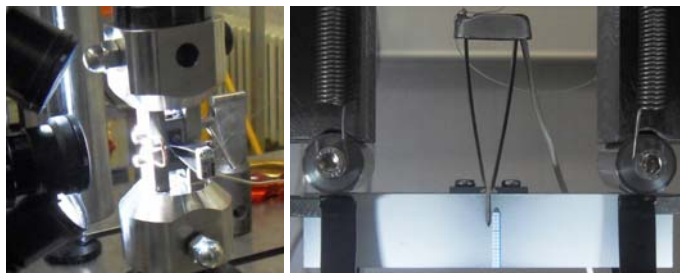
2.2 Iniciranje i rast pukotine

Istraživanje iniciranja i rasta zamorne pukotine provedeno je na SEB i CT epruvetama (Slike 1b i 1c) prema normama ASTM E1820 i ASTM E647. Primjer propagirane pukotine u sekundarnoj mikrostrukturi nodularnog lijeva prikazan je na slici 5.



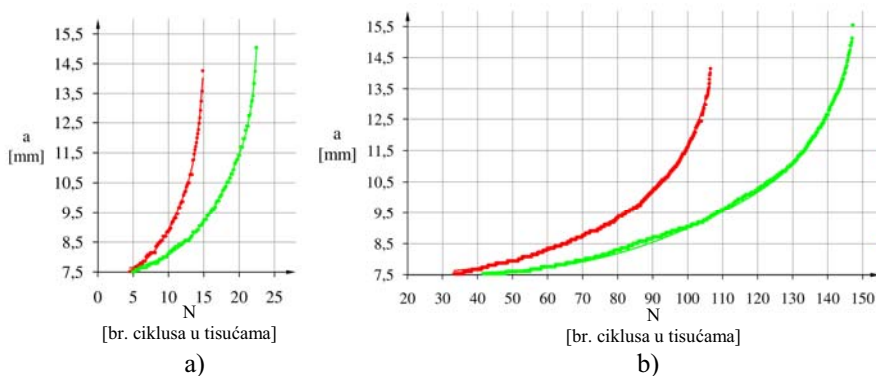
Sl. 5. Pukotina u sekundarnoj mikrostrukturi

Prema slici 5, očigledna je interkristalna propagacija pukotine, odnosno pukotina propagira po granicama zrna. Specifični oblik izlučenog grafita u osnovnoj feritnoj fazi djeluje kao zaustavljač pukotine te smanjuje koncentraciju naprežanja ispred pukotine. Epruvete sa zarezom ispitivane su sinusoidalnim oblikom opterećenja, frekvencijom 10Hz uz konstantnu maksimalnu silu 12kN. Primijenjena su dva različita odnosa opterećenja R ($R=0,1$ i $R=0,5$) za svaki tip materijala. Tijekom ispitivanja propagacije pukotine korištene su optičke metode za mjerenje duljine pukotine. Ispitivanje CT i SENB epruveta prikazano je na slikama 6a i 6b. Osim duljine pukotine pomoću posebnog ekstenzometra, mjereno je i otvaranje usta pukotine ($CMOD=crack\ mouth\ opening\ displacement$).



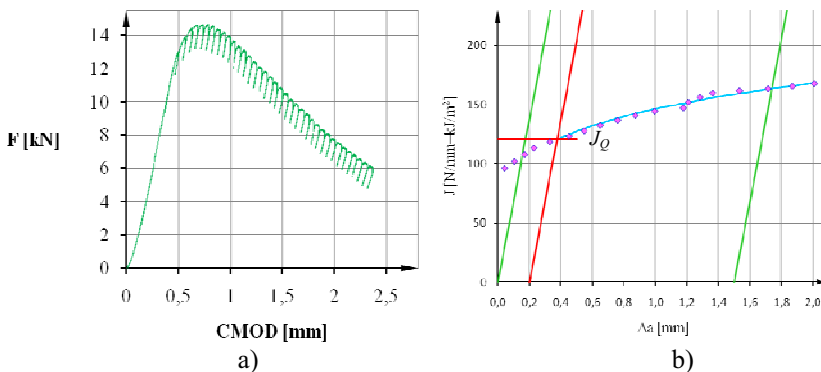
a) b)
Sl. 6. Ispitivanje: a) CT i b) SENB epruveta

Na slici 7 pokazana je ovisnost duljine pukotine, a , o broju ciklusa, N , za odnose opterećenja $R=0,1$ i $R=0,5$.



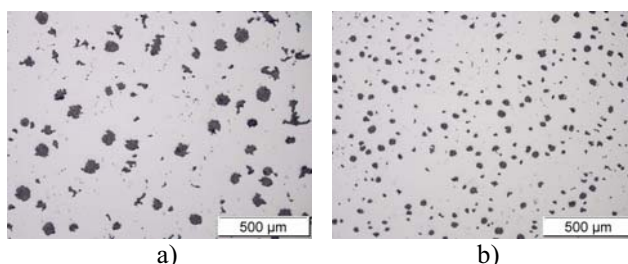
a) b)
Sl. 7. Ovisnost duljine pukotine o broju ciklusa za omjere opterećenja: a) $R=0,1$ i b) $R=0,5$

Kao što je vidljivo tip materijala koji je proizveden flotret tehnologijom, (tip 2, na slici 7 prikazan crvenom bojom) ima značajno kraći životni vijek (otprilike 1,5 puta), u odnosu na materijal koji je proizveden tundish tehnologijom (tip 3, prikazan zelenom bojom). Test podatljivosti odnosno lomna žilavost određena je i prikazana na krivulji otpornosti materijala na slici 8b, a izvedena je uz pomoć dijagrama ovisnosti sile o otvaranju usta pukotine, slika 8a. Kritična vrijednost J integrala za materijal proizveden tundish tehnologijom lijevanja iznosi $J_Q=120 \text{ kJ/m}^2$.



a) b)
Sl. 8. a) Sila – CMOD ovisnost, b) J - R krivulja otpornosti za materijal tip 300

Primarna mikrostruktura nodularnog lijeva prikazana je na slici 9 s obzirom na dvije tehnologije lijevanja. Na slici 9a) prikazana je mikrostruktura nodularnog lijeva dobivenog flotret tehnologijom lijevanja (tip 200), dok je na slici 9b) prikazana mikrostruktura nodularnog lijeva dobivenog tundish tehnologijom lijevanja (tip 300). Kao što se vidi na slikama, tip 200, ima veće, rjeđe i nepravilnije izlučen grafit (nodule), dok materijal, tip 300, ima sitnije, gušće raspodijeljene te pravilnijeg oblika izlučene nodule. Osim toga materijal, tip 300, ima manji udjel perlitne faze, što se i vidi iz tablice 1.



Sl. 9. Primarna mikrostruktura nodularnog lijeva: a) tip 200 i b) tip 300

Prema velikom broju metalografskih uzoraka, a još većem broju mikroskopskih snimaka, napravljena je tablica 1, s uprosječenim mikrostrukturnim karakteristikama dva tipa razmatranog nodularnog lijeva. Kao što je vidljivo tip 300 ima otprilike 2,5 puta veći broj nodula, koja zauzimaju otprilike 3,5 puta manju površinu. Odstupanje od kružnosti značajnije je kod materijala tipa 200, kao i udjel perlitne faze. Svaka pojedina karakteristika ima značajan utjecaj na zamorno ponašanje nodularnog lijeva

Tablica 1: Uprosječene mikrostrukturne karakteristike dva tipa nodularnog lijeva

Tip	Grafitne nodule			Perlit	
	Broj nodula	Površina nodula [μm^2]	Kružnost	Površina [μm^2]	[%]
200	102	1797,2	0,50	164416,6	8,1
300	263	526,7	0,74	126766,5	6,2

3 NUMERIČKA FORMULACIJA

U okviru numeričkog modeliranja, algoritam za analizu problema cikličke plastičnosti ljuskastih konstrukcija prikazan u [5, 2] prilagođen je za trodimenzijski model te je implementiran u programski paket ABAQUS [1] primjenom korisničke rutine UMAT. Na taj način je omogućeno točnije opisivanje stanja naprezanja i deformacija kao i procesa nastanka i rasta pukotine u materijalu za slučaj cikličkih opterećenja.

Za ubrzavanje numeričke simulacije i određivanje stabiliziranog ponašanja ciklički opterećene konstrukcije primijenjen je postupak direktne cikličke analize (*direct cyclic analysis*) iz programa Abaqus/Standard. Osim toga, iz ovog programa preuzeti su kriteriji za nastanak i rast oštećenja za modeliranje niskocikličkog zamora. Oba ova kriterija temelje se na akumuliranoj neelastičnoj energiji deformiranja unutar

stabilizirane histerezne petlje, Δw , po ciklusu opterećenja. Broj ciklusa potreban za nastanak oštećenja određuje se prema izrazu

$$N_0 = c_1 \Delta w^{c_2}, \quad (1)$$

gdje su c_1 i c_2 parametri materijala. Nakon što je na razini točke integracije konačnog elementa zadovoljen kriterij nastanka oštećenja, njegov prirast izračunava se iz jednadžbe

$$dD/dN = c_3 \Delta w^{c_4} / L, \quad (2)$$

gdje su c_3 i c_4 parametri materijala, L je karakteristična duljina između točaka integracije, dok D predstavlja skalarnu varijablu oštećenja koja definira stupanj degradacije elastične krutosti materijala. Za nodularni lijev tipa 200, parametri cikličke plastičnosti [5], nastanka i rasta oštećenja (izrazi 1 i 2) su: $A_1=15,8\text{GPa}$; $A_2=107,4\text{GPa}$; $B_1=263,2$; $B_2=2090,1$; $C_1=16,8$; $C_2=0$; $D_1=102,3 \text{ MPa}$; $D_2=0$; $c_1=13,84$; $c_2=-0,20$. Parametri materijala određeni su na temelju rezultata cikličkih testova s konstantnom amplitudom (slike 2 i 3) te stabiliziranih histereza (slika 4) dobivenih na cilindričnim epruvetama.

4 ZAKLJUČAK

Rezultati rada pokazuju direktnu ovisnost zamornog ponašanja nodularnog lijeva o mikrostrukturnim karakteristikama, veličini, učestalosti i oblika nodula, te udjelu perlitne mikrostrukturne faze. Tundish tehnologija lijevanja daje značajno bolje rezultate na dinamički opterećenim epruvetama, u odnosu na materijal dobiven flotret tehnologijom lijevanja. U okviru numeričkih istraživanja primijenjen je model cikličke plastičnosti zajedno s kriterijima za nastanak i rast oštećenja, te je implementiran u program za numeričku analizu Abaqus/Standard. Numerički model primijenjen je za analizu zamornog oštećenja, te predstavlja područje trenutnog istraživanja.

Literatura:

- [1] ABAQUS/Standard, "User's guide and theoretical manual", Version 6.9, Hibbit, Karlsson & Serensen, Inc., 2009.
- [2] Čanžar P., Tonković Z., Kodvanj J., Bakić A., Tomičević Z., "Modelling of cyclic plasticity and crack propagation", Key Engineering Materials, Vols. 452-453, 2010, str. 825-828.
- [3] Hübner P., Schlosser H., Pusch G., Biermann H., "Load history effects in ductile cast iron for wind turbine components", International Journal of Fatigue, Vol. 29, 2007, str. 1788-1796.
- [4] Mottitschka T., Pusch G., Biermann H., Zybelle L., Kuna M., "Influence of overloads on the fatigue crack growth in nodular cast iron experiments and numerical simulation", Procedia Engineering, Vol. 2, 2010, str. 1557-1567.
- [5] Tonković Z., Sorić J., Skozrit I., "On numerical modeling of cyclic elastoplastic response of shell structures", Comp. Model. Eng. & Sciences, 26 (2), 2008, str. 75-90.

Autori:

Predrag Čanžar, Zdenko Tonković; Ante Bakić; Janoš Kodvanj, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za tehničku mehaniku, I. Lučića 5, 10000 Zagreb, tel. 01 6168 448; 450; 445; 425, fax. 01 616 8187, e-mail: predrag.canzar@fsb.hr; ztonkov@fsb.hr; ante.bakic@fsb.hr; janos.kodvanj@fsb.hr, web stranica: www.fsb.hr/lnm/staff/

FORMULACIJA MEHANIKE OŠTEĆENJA PRI KONAČNIM ELASTO-PLASTIČNIM DEFORMACIJAMA

Čanadija, M., Munjas, N., Brnić, J.

Sažetak: Rad predstavlja osnovne postavke varijacijski konzistentnih korekcija u kontekstu elastoplastičnosti pri velikim deformacijama. Pri izračunu unutrašnjih varijabli kreće se od prikladnog funkcionala čijom minimizacijom slijedi traženo rješenje. Kao konstitutivni model koristi se nelinearni izotropni i kinematički model očvršćivanja. Rad prikazuje polazišne točke metode, evolucijske jednažbe i numeričku implementaciju.

Ključne riječi: *Mehanika oštećenje, varijacijska formulacija, elastoplastičnost*

1 UVOD

Rad se bavi formulacijom mehanike oštećenja pri konačnim elasto-plastičnim deformacijama. Koristi se hiperelastičan pristup uz multiplikativno rastavljanje gradijenta deformiranja na elastični i plastični dio. Kao osnova za izračun naprezanja koristi se elastični dio gradijenta deformiranja. Numerički je pristup temeljen na varijacijski konzistentnim korekcijama čime se osigurava zadovoljavanje drugog zakona termodinamike.

Rad je podijeljen u tri osnovna dijela. Drugo poglavlje predstavlja model duktilnog oštećenja kontinuuma korištenog u ovom radu. U trećem dijelu predstavljena je varijacijska formulacija, dok se u četvrtom dijelu iznose konstitutivni model te osnovne postavke numeričke procedure.

2 DUKTILNO IZOTROPNO OŠTEĆENJE ELASTOPLASTIČNOG KONTINUUMA

Model koji će se koristiti na ovom mjestu temelji se na [1]. Isti predstavlja proširenje modela predloženog u [2]. Suština modela oštećenja jest uvođenje skalarne varijable D čija domena jest $[0, 1]$. Krajnje vrijednosti odgovaraju neoštećenom i potpuno oštećenom materijalu.

Sada se uvode tzv. efektivne varijable naprezanja $(\tilde{\Sigma}, \tilde{\mathbf{Q}})$, definirane na način:

$$\tilde{\Sigma} = \frac{\Sigma}{(1-D)}; \quad \tilde{\mathbf{Q}} = \frac{\mathbf{Q}}{(1-D)}. \quad (1)$$

Ovdje je Mandelov tenzor naprezanja označen sa Σ dok \mathbf{Q} predstavlja skup dualnih varijabli konjugiranih unutrašnjim varijablama α . Očigledno, ekstremne vrijednosti skalarne varijable D vode ka:

$$\begin{aligned}
D=0 &\Rightarrow \tilde{\Sigma} = \Sigma, \tilde{\mathbf{Q}} = \mathbf{Q} \\
D=1 &\Rightarrow \tilde{\Sigma} = \infty, \tilde{\mathbf{Q}} = \infty,
\end{aligned} \tag{2}$$

gdje $(\tilde{\Sigma}, \tilde{\mathbf{Q}})$ predstavljaju zamišljene vrijednosti u neoštećenom materijalu Nasuprot ovome, pri analizi deformacija primjenjuje se princip ekvivalente deformacije:

$$\tilde{\mathbf{L}}^p = \mathbf{L}^p, \tilde{\boldsymbol{\alpha}} = \boldsymbol{\alpha}, \tag{3}$$

tj. efektivne varijable deformacije jednake su varijablama deformacije. Gramounids i dr. [1] proširuju model uvođenjem koncepta ekvivalente energije. Ovakav koncept vodi modelu različitom od [2] po tome što su i elastični i plastični dio slobodne energije uključeni u proces oštećivanja kontinuuma. Na taj se način može pisati:

$$\Psi = (1-D)\tilde{\Psi}, \quad \Psi^{el} + \Psi^{pl} = (1-D)(\tilde{\Psi}^{el} + \tilde{\Psi}^{pl}). \tag{4}$$

Tako se sada dobro poznate veze između naprezanja i deformacije mogu pisati:

$$\begin{aligned}
\Sigma &= 2\mathbf{C}^e \partial_{\mathbf{c}^e} \Psi; \quad \mathbf{Q} = -\partial_{\mathbf{a}} \Psi \\
\tilde{\Sigma} &= 2\tilde{\mathbf{C}}^e \partial_{\tilde{\mathbf{c}}^e} \tilde{\Psi}; \quad \tilde{\mathbf{Q}} = -\partial_{\tilde{\mathbf{a}}} \tilde{\Psi},
\end{aligned} \tag{5}$$

dakle vrijede iste konstitutivne relacije kao i za neoštećeni materijal samo se uobičajeno naprezanje zamjenjuje sa efektivnim naprezanjem. Također, definira se i skalarna varijabla Y konjugirana D kao:

$$Y = -\frac{\partial \Psi}{\partial D} = \tilde{\Psi}. \tag{6}$$

Valja naglasiti da se uvjet tečenja također definira efektivnim varijablama, tj.:

$$E_{\Sigma} = \left\{ (\tilde{\Sigma}, \tilde{\mathbf{Q}}) \in \mathbb{R}^{9+n} \mid \phi(\tilde{\Sigma}, \tilde{\mathbf{Q}}) \leq 0 \right\}. \tag{7}$$

Pritom se općenitost dobiva uvođenjem potencijala $\bar{\phi}$, koji ima opći oblik:

$$\bar{\phi} = \phi + \phi^{NA}, \tag{8}$$

gdje ϕ^{NA} predstavlja neasocijacijsko proširenje. Disipacija je pak definirana:

$$\mathbf{D} = \Sigma : \mathbf{L}^p + \mathbf{Q} : \dot{\boldsymbol{\alpha}} + Y \cdot \dot{D} \geq 0, \tag{9}$$

Naposljedku, primjenom principa maksimalne disipacije slijede evolucijske jednadžbe:

$$\begin{aligned}
\mathbf{L}^p &= \lambda \partial_{\Sigma} \bar{\phi} = \lambda \partial_{\tilde{\Sigma}} \bar{\phi} \partial_{\Sigma} \tilde{\Sigma} = \frac{\lambda}{1-D} (\partial_{\tilde{\Sigma}} \phi + \partial_{\tilde{\Sigma}} \phi^{NA}) = p (\partial_{\tilde{\Sigma}} \phi + \partial_{\tilde{\Sigma}} \phi^{NA}); \quad p = \frac{\lambda}{1-D} \\
\dot{\boldsymbol{\alpha}} &= \lambda \partial_{\mathbf{Q}} \bar{\phi} = \frac{\lambda}{1-D} (\partial_{\tilde{\mathbf{Q}}} \phi + \partial_{\tilde{\mathbf{Q}}} \phi^{NA}) = p (\partial_{\tilde{\mathbf{Q}}} \phi + \partial_{\tilde{\mathbf{Q}}} \phi^{NA}) \\
\dot{D} &= \lambda \partial_Y \phi.
\end{aligned} \tag{10}$$

3 VARIJACIJSKA FORMULACIJA

Razmatraju se disipacijski procesi oblika:

$$\int_{\Omega} \left[\mathbf{E}(\phi, \dot{\mathbf{F}}^p, \dot{\boldsymbol{\alpha}}, \Sigma, \mathbf{Q}, \dot{D}) - \dot{W}^{ext}(\mathbf{u}) \right] dV = 0. \tag{11}$$

Pritom je konfiguracija definirana sa ϕ , plastični dio gradijenta deformiranja $\dot{\mathbf{F}}^p$, \mathbf{u} je polje pomaka i \dot{W}^{ext} rad vanjskih sila. Unutrašnja snaga \mathbf{E} definirana je na način:

$$\mathbf{E}(\dot{\phi}, \dot{\mathbf{F}}^P, \dot{\mathbf{a}}, \Sigma, \mathbf{Q}) = \dot{\Psi}(\dot{\phi}, \dot{\mathbf{F}}^P, \dot{\mathbf{a}}) + \mathbf{D}(\Sigma, \mathbf{Q}, \dot{\mathbf{F}}^P, \dot{\mathbf{a}}) + J(\Sigma, \mathbf{Q}), \quad (12)$$

Funkcija J uvedena je kao u [3] te ima oblik:

$$J(\Sigma, \mathbf{Q}) := \begin{cases} 0 & \forall (\Sigma, \mathbf{Q}) \in E_\Sigma \\ \infty & \forall (\Sigma, \mathbf{Q}) \notin E_\Sigma \end{cases}, \quad (13)$$

gdje E_Σ predstavlja dopustiva stanja napreznaja; nedopustiva stanja napreznaja (Σ, \mathbf{Q}) penaliziraju se sa $J = \infty$, a time i $\mathbf{E} = \infty$. Primjeni li se sada Legendre-Fenchel transformacija, koja zapisana u općem obliku jest $f^*(\mathbf{p}) = \sup_{\mathbf{x}} (\mathbf{p} \cdot \mathbf{x} - f(\mathbf{x}))$, na izraz (13), slijedi:

$$J^*(\bar{\mathbf{L}}^P, \dot{\mathbf{a}}, \dot{D}) = \sup_{\Sigma, \mathbf{Q}, Y} (\Sigma : \bar{\mathbf{L}}^P + \mathbf{Q} : \dot{\mathbf{a}} + Y \cdot \dot{D}) \mid (\Sigma, \mathbf{Q}) \in E_\Sigma. \quad (14)$$

Imajući u vidu (14) te princip maksimalne plastične disipacije, slijedi da se transformacija (12) može pisati i kao:

$$\mathbf{E}(\dot{\phi}, \dot{\mathbf{F}}^P, \dot{\mathbf{a}}, \dot{D}) = \dot{\Psi}(\dot{\phi}, \dot{\mathbf{F}}^P, \dot{\mathbf{a}}, \dot{D}) + J^*(\bar{\mathbf{L}}^P, \dot{\mathbf{a}}, \dot{D}). \quad (15)$$

Primjenom principa minimizacije potencijala slijede nepoznate varijable

$$(\bar{\mathbf{L}}^P, \dot{\mathbf{a}}, \dot{D}) = \arg \inf_{\bar{\mathbf{L}}^P, \dot{\mathbf{a}}, \dot{D}} \mathbf{E}(\dot{\phi}, \dot{\mathbf{F}}^P, \dot{\mathbf{a}}, \dot{D}), \quad (16)$$

koje uz konstitutivne jednadžbe daju nepoznata napreznaja (Σ, \mathbf{Q}) .

4 KONSTITUTIVNI MODEL I VARIJACIJSKE KONSTITUTIVNE KOREKCIJE PRI OŠTEĆENJU KONTINUUMA

Temeljem predstavljenog modela u odjeljcima 2 i 3, na ovome će se mjestu ukratko predstaviti konstitutivni model i numerički postupak rješavanja problema oštećenja kontinuuma. Konstitutivni model korišten u ovom radu temelji se na J_2 plastičnom modelu za konačne deformacije proširen neasocijacijskom formulacijom. Na taj se način funkcija slobodne energije definira:

$$\Psi = (1 - D) \left[W(\bar{\mathbf{C}}^e) + U(J) + K^{iso}(\alpha_i) + K^{kin}(\mathbf{a}_k) \right], \quad (17)$$

gdje devijatorski, volumetrijski, te izotropni i kinematički potencijal očvršćivanja imaju redom oblik:

$$W(\bar{\mathbf{C}}^e) = \frac{1}{2} \mu [\text{tr}(\bar{\mathbf{C}}^e) - 3], \quad U(J) = \frac{1}{2} \kappa \left[\frac{1}{2} \left((\det \mathbf{F}^e)^2 - 1 \right) - \ln(\det \mathbf{F}^e) \right] \quad (18)$$

$$K^{iso} = \frac{1}{2} H_i \alpha_i^2, \quad K^{kin} = \frac{1}{2} H_{kin} \mathbf{a}_k : \mathbf{a}_k. \quad (19)$$

Funkcija tečenja definira se na način:

$$\phi = \left\| \left(\tilde{\Sigma}^{dev} - \tilde{\mathbf{Q}}_k^{dev} \right) \right\| - \tilde{Q}_i(\alpha_i) - Q_0^{eq} = 0, \quad (20)$$

$$\bar{\phi} = \phi + \phi^{na}, \quad \phi^{na} = \frac{1}{2} \frac{B_k}{H_k} \left\| \tilde{\mathbf{Q}}_k \right\|^2 + \frac{1}{2} \frac{B_i}{H_i} \tilde{Q}_i^2 + \frac{Y^M}{MS_1(1-D)}, \quad (21)$$

gdje su $M, S_1, B_i, H_i, B_k, H_k, Q_0^{eq}$ materijalne značajke.

Varijacijske konstitutivne korekcije predstavljaju aproksimaciju minimizacije problema (7):

$$\left(\mathbf{F}_{n+1}^p, \boldsymbol{\alpha}_{n+1}, D_{n+1}\right) = \arg \inf_{\mathbf{F}_{n+1}^p, \boldsymbol{\alpha}_{n+1}, D_{n+1}} \int_{t_n}^{t_{n+1}} \mathbf{E}(\dot{\boldsymbol{\phi}}, \dot{\mathbf{F}}^p, \dot{\boldsymbol{\alpha}}, \dot{D}) dt. \quad (22)$$

Imajući u vidu razmatranja u [4] te gore opisani konstitutivni model, inkrementalni funkcional u (22) moguće je transformirati u oblik

$$\left(\mathbf{F}_{n+1}^p, \boldsymbol{\alpha}_{n+1}, D_{n+1}\right) = \arg \inf_{\mathbf{F}_{n+1}^p, \boldsymbol{\alpha}_{n+1}, D_{n+1}} \int_{t_n}^{t_{n+1}} \left\{ \Psi_{n+1} - \Psi_n + \Delta p \left[\left(1 - D_n - \Delta p \frac{Y^{M-1}}{S_1} \right) \left(Q_0^{eq} + B_k H_{kin} \boldsymbol{\alpha}_k : \boldsymbol{\alpha}_k + B_i H_i \alpha_i^2 \right) + \frac{Y^M}{S_1} \right] \right\} dt. \quad (23)$$

Minimizacijski problem (23) rješava se na razini integracijske točke najčešće uporabom metoda temeljenih na Newton-Raphsonovom postupku.

5 ZAKLJUČAK

U radu su predstavljene osnove postavke modela oštećenja materijala temeljenom na varijacijski konzistentnom pristupu. Predstavljeni model omogućava efikasnu primjenu numeričkim procedura poznatih iz teorije optimizacije uz zadovoljavanje drugog zakona termodinamike.

Literatura:

- [1] Grammenoudis, P., Reckwerth, D., Tsakmakis, Ch., “Continuum Damage Models based on Energy Equivalence: Part I – Isotropic Material Response“, International Journal of Damage Mechanics, Vol. 18, No.1., 2009, str. 31-63.
- [2] Lemaitre, J., Chaboche, J.L., „Mechanics of Solid Materials“, Cambridge University Press, Cambridge, 2000.
- [3] Mosler, J., Bruhns, O.T., „Towards variational constitutive updates for non-associated plasticity models at finite strain: models based on a volumetric-deviatoric split“, International Journal of Solids and Structures, Vol. 46, No. 7-8, 2009, str. 1676-1685.
- [4] Čanađija, M., Mosler, J., „On the thermomechanical coupling in finite strain plasticity theory with non-linear kinematic hardening by means of incremental energy minimization“, International Journal of Solids and Structures, Vol. 58, No. 7-8, 2011, str. 1120-1129.

Autori:

Marko Čanađija, Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet, Zavod za tehničku mehaniku, Vukovarska 58, 51000 Rijeka, tel. 051 651 496, fax 051 651 490, e-mail: markoc@riteh.hr.

Neven Munjas, Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet, Zavod za tehničku mehaniku, Vukovarska 58, 51000 Rijeka, tel. 051 651 503, fax 051 651 490, e-mail: nmunjas@riteh.hr.

Josip Brnić, Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet, Zavod za tehničku mehaniku, Vukovarska 58, 51000 Rijeka, tel. 051 651 491, fax 051 651 490, e-mail: brnic@riteh.hr.

CFD ANALIZA KONCEPTUALNOG DIZAJNA AUTOMOBILA*

Damjanović, D., Kozak, D., Živić, M., Ivandić, Ž., Baškarić, T.

Sažetak: U okviru ovoga rada dizajniran je automobil koristeći softver *Autodesk 3ds Max*. U tu svrhu korišten je poligonalni način modeliranja. Koristeći alat *Mental Ray*, metodom sjenčanja izrađene su realistične fotografije automobila, u svrhu što bolje prezentacije dizajna automobila. Nadalje, provedene su 3D simulacije strujanja zraka oko geometrije automobila koristeći softver *Ansys CFX*. Simulacije su provedene za dvije geometrije automobila, prva je inicijalni model automobila, a druga redizajnirani model u smislu povećanja kuta između poklopca motora i prednjeg vjetrobranskog stakla, te dodavanja stražnjeg krila. Simulacije su provedene u svrhu analiziranja mogućih poboljšanja u aerodinamičnom smislu smanjenja otpora zraka i poboljšanja aerodinamičnih svojstava u slučaju redizajnirane geometrije automobila.

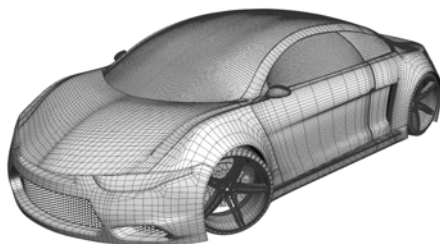
Ključne riječi: konceptualni dizajn automobila, računalna dinamika fluida (CFD), $k - \epsilon$ model turbulencije, *Ansys CFX*

1 UVOD

Važnost aerodinamike automobila može se pokazati slijedećim primjerom: ako je potrebno povisiti najveću brzinu automobila *Ferrari Testarossa* s 289 km/h na 321 km/h koju postiže automobil *Lamborghini Diablo*, ali bez modifikacija karoserije, potrebno je povećati snagu motora s 390 ks na 535 ks. Pored toga, drugi pristup bila bi analiza automobila u zračnom tunelu te provedba CFD analiza kako bi se smanjio Cd koeficijent (koeficijent otpora zraka, engl. *Drag Coefficient*) s 0,36 na 0,29 [1]. Time bi se postigao isti efekt povišenja najveće brzine automobila.

2 TRODIMENZIONALNI MODEL AUTOMOBILA

Konačni model automobila modeliran u softveru *3ds Max* sastoji se od približno 508 000 poligona i 569 000 točaka, slika 1. Jedna od fotografija koja je izrađena postupkom sjenčanja koristeći alat *Mental Ray* prikazana je na slici 2.



Sl. 1. 3d model automobila



Sl. 2. Fotografija dobivena sjenčanjem

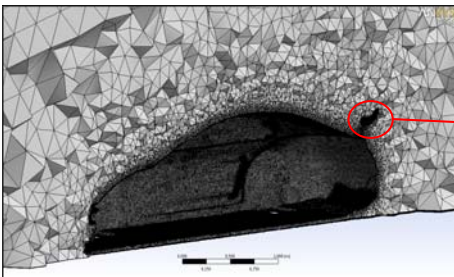
3 TRODIMENZIONALNA CFD ANALIZA

Kao što je ranije spomenuto, analizirane su dvije geometrije automobila. Neki detalji kao što su kotači s gumama, kočnice, ispušni sistem itd. izbačeni su iz analize u svrhu pojednostavljenja modela, a samim time i analize.

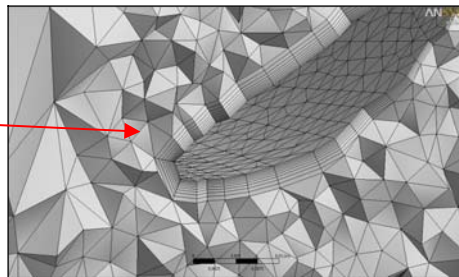
3.1 Diskretizacija domene proračuna

Zbog potpune simetrije modela razmatrana je samo polovica modela. Mreža se sastoji od približno 6 150 000 elemenata u slučaju inicijalnog modela, te od približno 9 500 000 elemenata u slučaju redizajniranog modela automobila. Duljina domene proračuna je $7L$, a širina i visina su $2L$, gdje je duljina automobila $L = 4500$ mm. Model automobila je od plohe rubnog uvjeta usisa udaljen $2L$.

Slika 3 prikazuje volumensku mrežu konačnih volumena u okolini geometrije automobila, a slika 4 strukturiranu mrežu oko stražnjeg krila automobila.



Sl. 3. Volumenska mreža u okolini geometrije automobila



Sl. 4. Detalj strukturirane mreže oko stražnjeg krila automobila

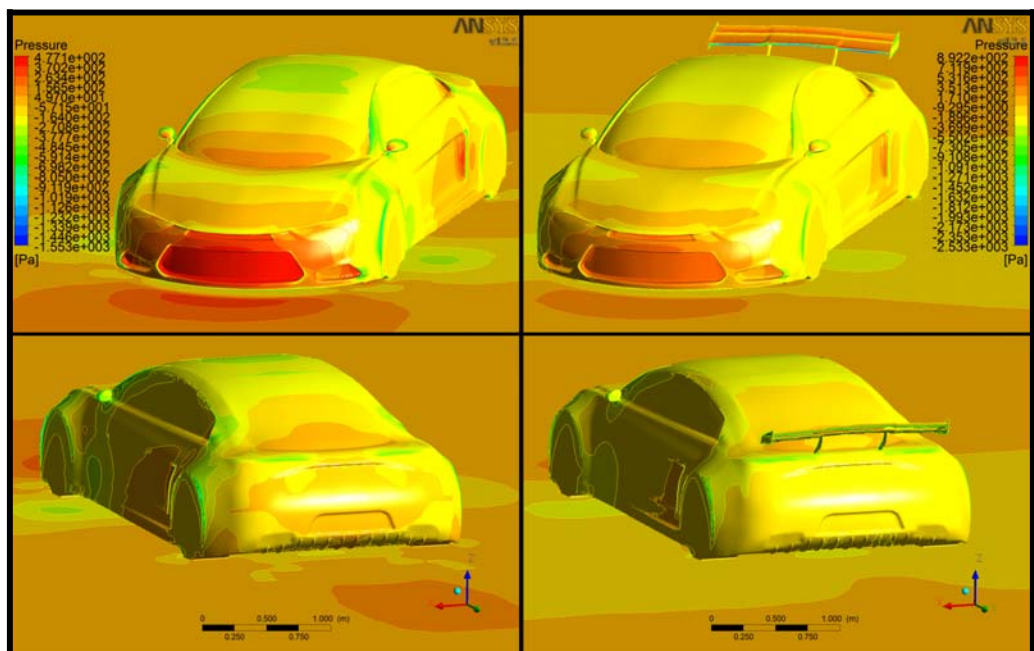
3.2 Rubni uvjeti

Materijal je postavljen kao zrak, idealni plin“ (engl. *Air Ideal Gas*), a brzina zraka na rubnom uvjetu ulaza postavljena je s vrijednošću 27,7 m/s i temperature 300 K. U analizi ovog problema koristi se $k - \epsilon$ model turbulencija. Geometrija automobila i dno virtualnog zračnog tunela postavljeni su kao glatki zid“ (engl. *Smooth wall*) s opcijom da zid nije sklizak (engl. *No slip wall*). Gornja ploha te slobodna strana tunela postavljeni su kao zidovi (engl. *Wall*) s opcijom skliskog zida (engl. *Free slip wall*). Rubni uvjet izlaza zraka postavljen je kao izlaz (engl. *Outlet*) s iznosom relativnog statičkog tlaka 0 Pa. Nadalje, rubni uvjet simetrije (engl. *Symmetry*) postavljen je na plohu simetrije virtualnog zračnog tunela.

3.3 Rezultati

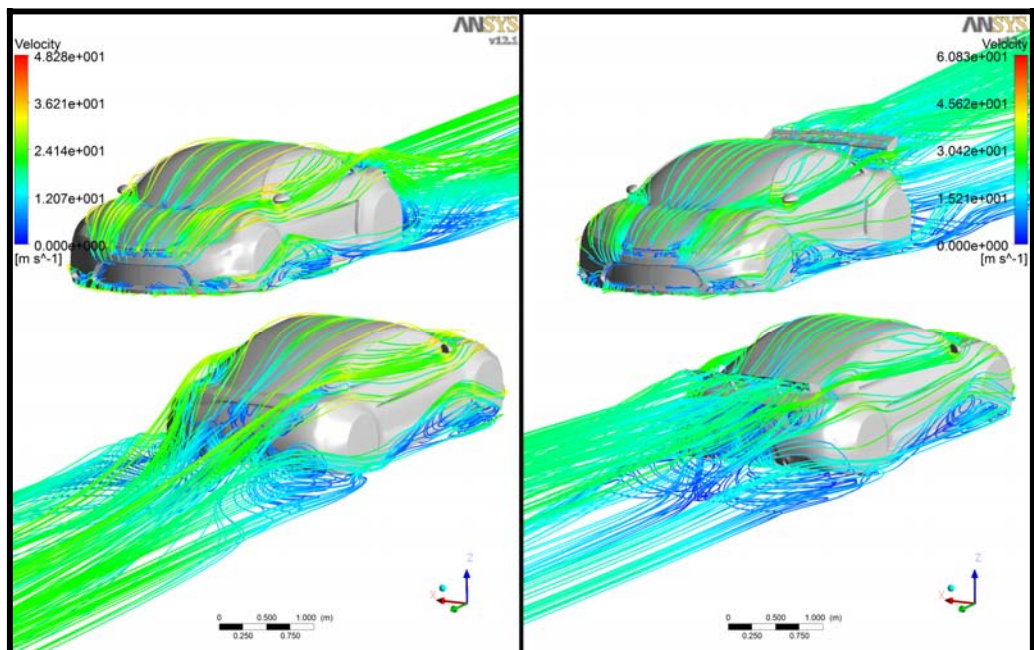
Slika 5 prikazuje raspodjelu tlakova na 3D modelu automobila te na podlozi za oba slučaja geometrije automobila.

Praktično, zrak usporava prilikom približavanja prednjem dijelu automobila rezultirajući da se više molekula zraka akumulira u manji prostor. Nakon što zrak stagnira u prednjem dijelu automobila traži područja nižeg tlaka, kao što su strane automobila, te prostor iznad i ispod automobila. Kada zrak prelazi preko haube automobila, tlak se smanjuje, no kada dosegne početak prednjeg vjetrobranskog stakla nakratko se povećava. Kada isti taj zrak višeg tlaka prelazi preko prednjeg vjetrobranskog stakla on ubrzava, uzrokujući opadanje tlaka. Taj niži tlak proizvodi silu uzgona (engl. *Lift force*) na krovu automobila dok zrak prelazi preko njega [2].



Sl. 5. Raspodjela tlakova na karoseriji automobila

Slika 6 prikazuje strujnice brzina sprijeda i straga za obje geometrije automobila, a slika 7 prikazuje strujnice brzina ispod automobila.



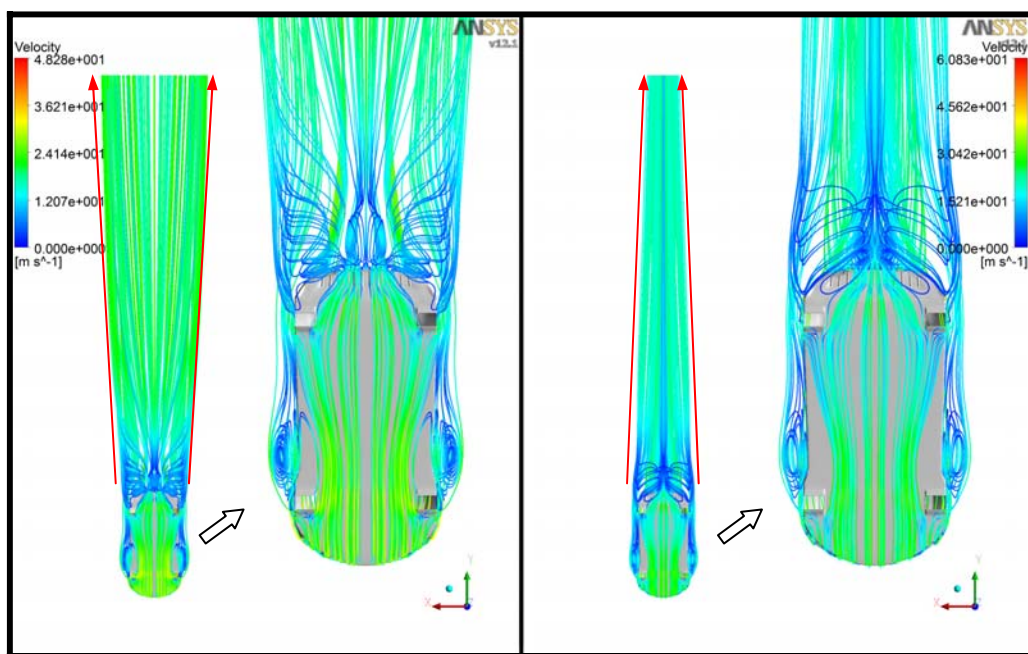
Sl. 6. Strujnice brzina oko geometrije automobila – pogled sprijeda i straga

Vidljivo je da se korištenjem stražnjeg krila smanjuju turbulencije iza automobila. Nadalje, u slučaju inicijalne geometrije automobila, strujnice brzina šire se

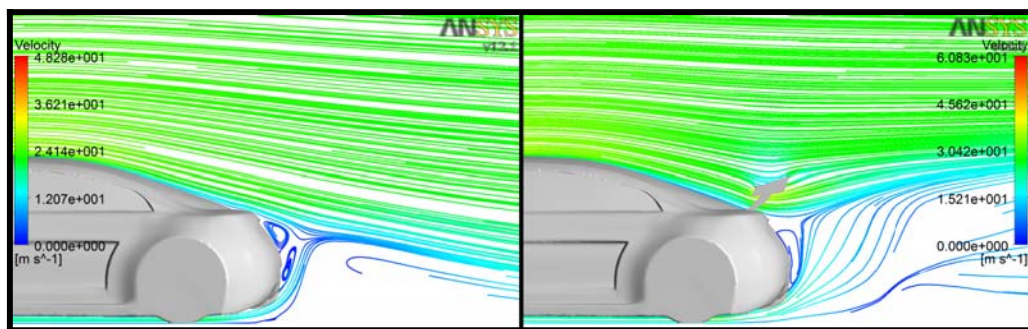
udaljavanjem od stražnjeg dijela automobila. Dok se u slučaju redizajnirane geometrije automobila strujnice brzina sužavaju udaljavajući se od stražnjeg dijela automobila, što znači da je turbulentna zona iza automobila manja, slika 7.

Razlog širenja strujnica brzina udaljavanjem od stražnjeg dijela automobila u slučaju inicijalne geometrije automobila je zbog toga što tok zraka nakon prelaska preko stražnjeg vjetrobranskog stakla putuje direktno prema podlozi. Taj zrak kreće se većim brzinama te iza automobila dolazi u koliziju sa zrakom koji putuje ispod automobila i koji se kreće manjim brzinama. U trenutku kolizije dvije spomenute struje zraka iza automobila dolazi do proširivanja strujnica brzina udaljavanjem od stražnjeg dijela automobila.

Koristeći stražnje krilo događa se suprotno. Dakle, tok zraka se nakon prelaska preko stražnjeg vjetrobranskog stakla usmjerava pomoću stražnjeg krila prema gore (slika 8) što sporijoj struji zraka ispod automobila omogućava slobodan tok udaljavanjem od stražnjeg dijela automobila, slika 7 i 8.



Sl. 7. Strujnice brzina oko geometrije automobila – pogled odozdo

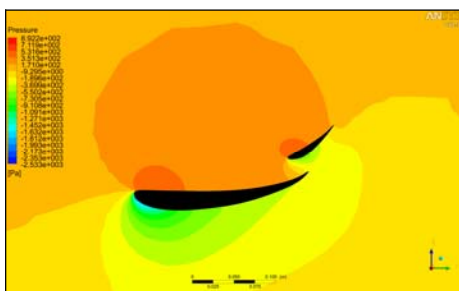


Sl. 8. Strujnice brzina u ravnini simetrije automobila

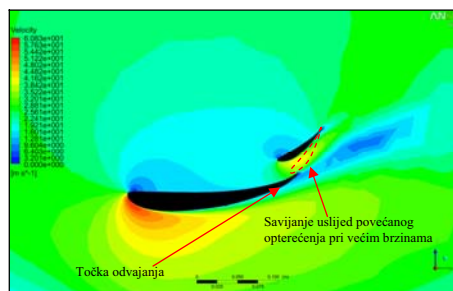
Slike 9 i 10 prikazuju raspodjelu tlakova i brzina u okolini stražnjeg krila automobila. Krila generiraju potisnu silu zahvaljujući obliku profila koji ubrzava tok zraka na nižoj površini u odnosu na tok zraka na višoj površini. Ako je tok zraka ubrzan, tlak opada rezultirajući stvaranjem razlike tlakova između niže i više površine krila, a time i generiranjem potisne sile. Dok tok zraka prelazi preko površine krila ima tendenciju usporavanja i odvajanja od površine krila (engl. *Separating*), uglavnom na nižoj površini krila ispod koje djeluje niži tlak nego na višoj površini, slika 9. Spomenuto odvajanje u početku smanjuje učinkovitost krila i tok zraka se u potpunosti poremeti, te naposljetku dolazi do gubitka potisne sile ili tzv. štalinga“ krila (engl. *Wing stall*). Kada krilo štaliira“ ono gubi ve ćinu potisne sile, a to je upravo ono što je potrebno kod većih brzina automobila. Međutim, pri nižim brzinama cilj je spriječiti odvajanje toka zraka od površine krila, a samim time i pojavu štalinga“. Stoga je potrebno ubrzati tok zraka oko površine krila. Kako bi se postiglo oboje navedeno, koriste se krila s dva elementa. U tom slučaju, dio zraka visokog tlaka iznad više površine donjeg elementa usmjerava se u područje niže površine gornjeg elementa. Time se povećava brzina toka zraka ispod krila, a samim time i potisna sila te se smanjuje granica odvajanja toka zraka od površine krila i sprječava potpun štaling“ krila pri manjim brzinama [3].

U suprotnom, kako s povećanim brzinama na ravninama dolazi i do povećanog opterećenja, te uslijed manje čvrstoće gornjeg elementa (a time i veće savitljivosti), element će se savinuti (ili samo jedan dio) i na taj način pomaknuti bliže donjem elementu čime će udaljenost između gornjeg i donjeg elementa postati manja. To dovodi do ranije spomenutog odvajanja i štalinga“ krila, dakle do smanjenja mogućnosti za generiranjem potisne sile.

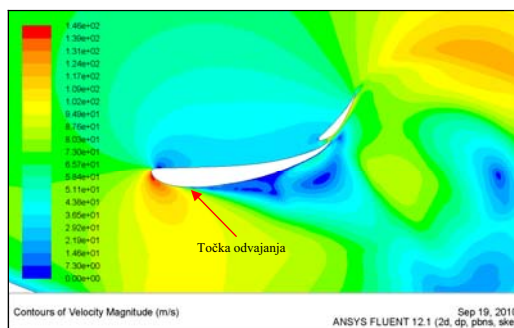
Kako bi se navedeno dokazalo, provedena je 2D analiza toka zraka oko bočnog presjeka automobila pri brzini od 250 km/h, jer je pretpostavka da će pri toj brzini doći do savijanja gornjeg elementa krila. Na slici 11 vidljivo je da se time granica odvajanja znatno približava prednjem dijelu krila, što dovodi do štalinga“ krila, a time i znatnog smanjenja mogućnosti krila za generiranjem potisne sile.



Sl. 9. Raspodjela tlakova u okolini stražnjeg krila automobila



Sl. 10. Raspodjela brzina u okolini stražnjeg dijela automobila, savijanje gornjeg elementa krila



Sl. 11. Raspodjela brzina u okolini stražnjeg krila automobila pri brzini od 250 km/h

Međutim, postavlja se pitanje koliko ovakva konstrukcija krila utječe na aerodinamičnu silu otpora (engl. *Drag*)? Zasiurno se ovakvom konstrukcijskom izvedbom krila povećava sila otpora pri većim brzinama (zbog spomenutog savijanja gornjeg elementa), stoga je raznim analizama (CFD i analizama u tunelu) potrebno pronaći kompromisno rješenje kako bi se dovoljno reducirala potisna sila pri velikim brzinama, ali da to nema prevelikog utjecaja na povećanje sile otpora.

4 ZAKLJUČAK

Na osnovu 3D modela automobila izrađene su CFD simulacije strujanja zraka oko automobila u svrhu analiziranja mogućih poboljšanja u aerodinamičnom smislu smanjenja otpora zraka i poboljšanja aerodinamičnih svojstava u slučaju redizajnirane geometrije automobila. Provedenim analizama zaključeno je da spomenute promjene u geometriji inicijalnog modela automobila rezultiraju boljim tokom zraka oko redizajniranog modela automobila te većom mogućnošću za generiranjem potisne sile koristeći stražnje krilo.

Stražnje krilo s dva elementa korišteno je zbog mogućnosti postizanja većih količina potisne sile pri nižim brzinama u svrhu boljeg prianjanja automobila na podlogu, a time i boljeg ubrzanja, te manje količine potisne sile pri većim brzinama kada je automobil na ravnim putanjama i ne treba velike količine potisne sile. Međutim, zaključeno je da se takvom konstrukcijskom izvedbom krila povećava sila otpora pri većim brzinama (zbog spomenutog savijanja gornjeg elementa), stoga je raznim analizama (CFD i analizama u zračnom tunelu) potrebno pronaći kompromisno rješenje koje će dovoljno reducirati potisnu silu pri velikim brzinama, ali da to nema prevelikog utjecaja na povećanje sile otpora.

Literatura

- [1] <http://www.autozine.org/technicalschool/aero/techaero.htm> (17.06.2010)
- [2] <http://www.up22.com/Aerodynamics.htm> (25.07.2010)
- [3] <http://scarbsfl.wordpress.com/2010/03/04/blown-rear-wings-seperating-and-stalling/> (07.09.2010)

Autori:

Darko Damjanović, Dražan Kozak, Marija Ži ć, Žjko Ivandi ć, Tomislav Baškarić
Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku, Strojarski fakultet u Slavonskom Brodu,
Zavod za strojarske konstrukcije, Trg I. B. Mažuranić 2, 35 000 Slavonski Brod,
tel. +385 35 446 188, fax +385 446 446,

E-mail: darko.damjanovic@gmail.com, dkozak@sfsb.hr, mzivic@sfsb.hr,
zivandic@sfsb.hr, tomlslav.baskaric@gmail.com.

Ōvaj rad u proširenom je obliku (kao pozvano predavanje) predstavljen na međunarodnoj konferenciji: „*International Scientific and Expert Conference TEAM 2010*“ održanoj 4. i 5. studenog 2010. u Mađarskoj, Kecskemé

NUMERIČKI MODEL TERMODINAMIČKOG PROCESA U IZMJENJIVAČU TOPLINE

Holik, M.; Zmajčić, Ž.; Živić, M; Galović, A.

Sažetak: U radu je analizirano temperaturno polje i polje brzine strujanja fluida u protusmjernom izmjenjivaču topline tipa cijev i plašt. Na osnovu poznatih ulaznih i izlaznih temperatura te svojstava radnih fluida (voda-voda) napravljen je proračun izmjenjivača pomoću bezdimenzijskih π parametara, te je izračunata potrebna površina izmjenjivača. U programu COMPRESS određen je razmještaj cijevi u plaštu, te dobiven crtež izmjenjivača. Proračun temperaturnog polja i polja brzine izvršen je pomoću softverskog paketa ANSYS 12.1 i programa CFX koji za izračun koristi metodu konačnih volumena. Za usporedbu rezultata numeričkog proračuna korištene su vrijednosti iz raspodjele temperatura po duljini izmjenjivača dobivene pomoću bezdimenzijskih π parametara.

Ključne riječi: izmjenjivač topline, metoda konačnih volumena, računalna dinamika fluida

1 UVOD

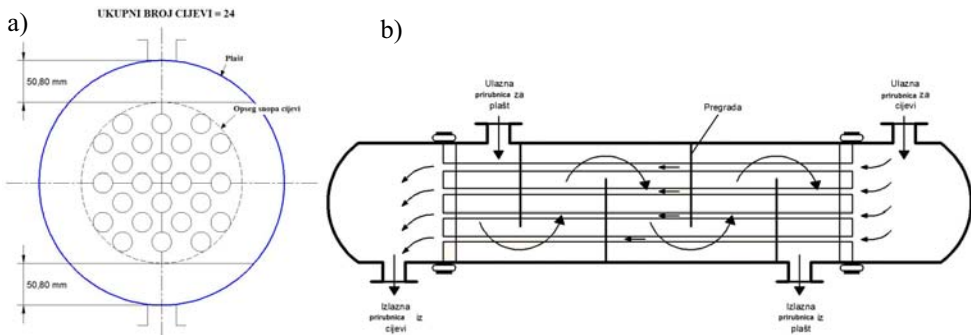
Izmjenjivač topline je naprava namijenjena prijenosu topline s jednog medija na drugi, a može biti izveden tako da se mediji dodiruju, ili da su odvojeni pregradom koja sprječava njihov izravni dodir. Izrađuju se da bi bili što ekonomičniji, što znači da imaju što veću površinu prijenosa topline smještenu u što manjem volumenu, te samim time i veći koeficijent prolaza topline. Kako razne vrste strujanja imaju različite koeficijente prijelaza topline, izmjenjivačima se često ugrađuju umetci odnosno pregrade koje usmjeravaju tok fluida kroz njih da bi stvorili ili pospješili turbulenciju, a samim time i povećali koeficijent prijelaza topline.

Numeričkom metodom usporedit će se rezultati dobiveni analitički. Pri tome je korištena računalna dinamika fluida i metoda konačnih volumena. Računalna dinamika fluida (CFD, od eng. Computational Fluid Dynamics) primijenjena je znanost kojoj je glavni cilj primjena znanja i iskustava s područja mehanike fluida. Osim u mehanici fluida danas se CFD primjenjuje i u drugim znanostima, pa se tako na primjer modeliraju kemijski i termodinamički procesi u fluidima, a CFD modelima dodaju se i modeli gibanja čestica unutra fluida te modeli biosustava. Računalna dinamika fluida je načelno reducirana na dinamiku fluida, pošto se statika fluida može dovoljno dobro modelirati tradicionalnim, analitičkim metodama te probleme statike fluida nije posebno zanimljivo računarski modelirati. Problemi dinamike fluida su, za razliku od statike, izrazito kompleksni i nepredvidljivi, te je računalno modeliranje možda i jedini način uvida u pojave unutar fluida u gibanju. Cilj CFD-a je izrada dovoljno točnog modela određenog problema te provođenje dovoljno točne simulacije kako bi se dobio zadovoljavajući uvid u proces. Dakle, CFD je primjenjiv u rješavanju svih problema u svim granama znanosti i industrije gdje se javljaju fluidi u gibanju.

2 PROTUSMJERNI REKUPERATIVNI IZMJENJIVAČ TOPLINE TIPA „CIJEV I PLAŠT“

Protusmjerni izmjenjivač topline sastoji se od 24 cijevi promjera 20/24 mm koje su povezane u snop i uložene u plašt. Kroz cijevi struji toplija voda masenog protoka 10000 kg/h koja se zagrijava s 40°C na 60°C, dok kroz plašt struji 6000 kg/h toplije vode, koja se pri tome hladi s 90°C na 57°C. Zadatak je izraditi model izmjenjivača topline u svrhu proračuna toplinske analize numeričkom metodom konačnih volumena. Kao što je već navedeno rekuperatori prenose toplinu s toplijeg na hladniji fluid kroz stjenku koja ih razdvaja. Postoji nekoliko izvedbi rekuperativnih izmjenjivača, no ovdje se radi o takozvanoj cijev i plašt izvedbi. Dakle, cijevi su raspoređene u snop i uložene su u plašt izmjenjivača.

Raspored i položaj snopa u plaštu je određen pomoću softvera COMPRESS 6258 koji radi prema ASME standardu, (Standards of the Tubular Exchanger Manufacturers Association (TEMA) [1]), slika 1a.



Sl. 1. a) Presjek unutrašnjosti izmjenjivača topline
b) Protok fluida u plaštu između pregrada [2]

Kod protustrujnog izmjenjivača topline struje ulaze na različitim krajevima izmjenjivača (slika 1b), pa vrijedi sljedeći sustav jednačbi [3]:

$$\frac{d\mathcal{G}_1}{dA} = -\frac{k}{C_1}(\mathcal{G}_1 - \mathcal{G}_2), \quad (1)$$

$$\frac{d\mathcal{G}_2}{dA} = -\frac{k}{C_2}(\mathcal{G}_1 - \mathcal{G}_2), \quad (2)$$

i rubni uvjeti

$$\text{za } A = 0: \quad \mathcal{G}_1 = \mathcal{G}_1'', \quad \mathcal{G}_2 = \mathcal{G}_2',$$

$$\text{za } A = A_0 \quad \mathcal{G}_1 = \mathcal{G}_1', \quad \mathcal{G}_2 = \mathcal{G}_2'',$$

pa je rješenje za bezdimenzijske značajke protusmjernog izmjenjivača topline sljedeće [3]:

$$\pi_1 = \frac{1 - e^{-(1-\pi_3)\pi_2}}{1 - \pi_3 e^{-(1-\pi_3)\pi_2}} \quad (3)$$

Za izračunavanje duljine izmjenjivača, a samim time da bi se izradio 3D model protusmjernog izmjenjivača potrebno je odrediti unutarnji i vanjski koeficijent prijelaza topline (α), a zatim na osnovu toga izračunati i koeficijent prolaza topline (k). Stvarni vanjski koeficijent prijelaza topline se naknadno povećava za 25% zbog pregrada koje osim što povećavaju turbulenciju, postavljaju se i radi veće stabilnosti konstrukcije izmjenjivača i učvršćenja cijevi u plaštu. Pri postavljanju pregrada korištene su preporuke za udaljenost i debljinu pojedine pregrade koje su dane u literaturi [4]. Vanjski koeficijent prijelaza topline iznosi $\alpha_v = 6143,8 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$, dok je unutarnji koeficijent $\alpha_u = 2396,7 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$. Formula za koeficijent prolaza topline sveden na unutrašnju površinu glasi [3]:

$$k_u = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_u} + \frac{r_u}{\lambda_c} \ln \frac{r_v}{r_u} + \frac{r_u}{r_u \alpha_v}}, \quad (4)$$

što nakon uvrštavanja iznosi $k_u = 1714 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$. Nadalje, unutarnja površina se dobije sljedećim izrazom:

$$A_{0,u} = \left(\frac{k \cdot A_0}{C_1} \right) \cdot \frac{C_1}{k_u} = \pi_2 \cdot \frac{C_1}{k_u}, \quad (5)$$

i iznosi $A_{0,u} = 5,856 \text{ m}^2$, te na osnovu toga izračunata je duljina izmjenjivača prema formuli:

$$L = \frac{A_{0,u}}{n \cdot d_u \cdot \pi}. \quad (6)$$

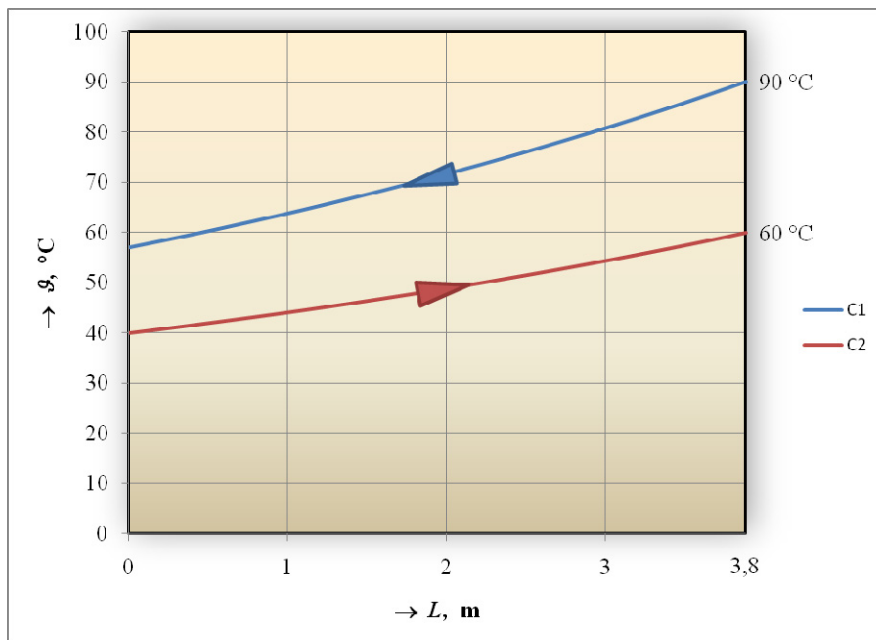
Ukupna duljina izmjenjivača za unutarnji promjer od $d_u = 20 \text{ mm}$ i broj cijevi $n = 24$ iznosi 3800 mm.

Za stvarni izgled $\mathcal{G}L$ – dijagrama potrebno je odrediti lokalne temperature obiju struja varirajući duljinu izmjenjivača x od 0 do L . Rješavanjem sustava jednadžbi bezdimenzijkih značajki π_1 , π_2 i π_3 uz poznate ulazne i izlazne temperature na pojedinoj udaljenosti izmjenjivača dobiju se dvije jednadžbe s dvije nepoznanice:

$$\mathcal{G}_{2x} = \frac{x\pi_3 - \mathcal{G}_1''\pi_3 + \mathcal{G}_2'}{1 - \pi_3}, \quad (7)$$

$$\mathcal{G}_{1x} = x + \mathcal{G}_{2x}. \quad (8)$$

Rješavanjem ovih jednadžbi za cijeli niz razmaka duljina dobivene su točke u dijagramu koje su naposljetku spojene u krivulje te je dobiven prikaz raspodjele temperatura po duljini izmjenjivača. Slika 3 prikazuje stvarni temperaturni tok struja zadanog protusmjernog izmjenjivača topline.

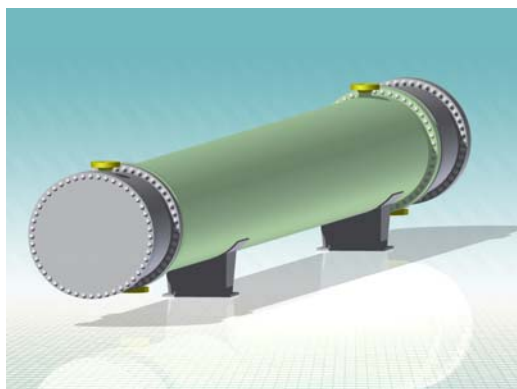


Sl. 3 Temperaturni tok struja zadanog protusmjernog izmjenjivača topline

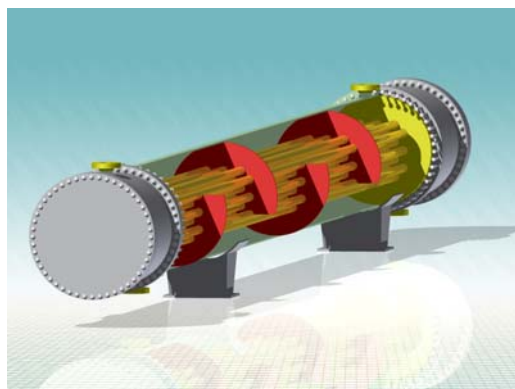
3 MODEL IZMJENJIVAČA TOPLINE

Na osnovu zadanih podataka i izračunate duljine te pomoću parametara preuzetih iz programa COMPRESS u Autodesku Inventoru izrađen je model protusmjernog izmjenjivača topline. Radi se o nestandardnom izmjenjivaču topline izrađenom da bi se mogao prikazati termodinamički procesi metodom konačnih volumena u CFD softveru ANSYS CFX. Slika 4 prikazuje model protusmjernog izmjenjivača topline sa prikazom unutrašnjih dijelova.

a)



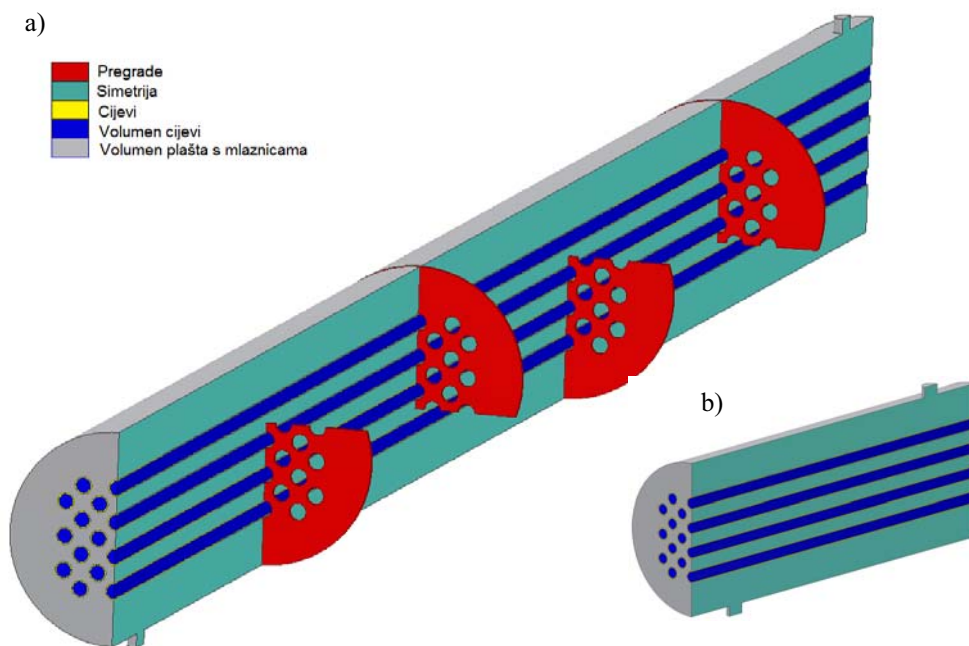
b)



Sl. 4 Model izmjenjivača topline: a) vanjski izgled izmjenjivača topline, b) unutrašnji izgled izmjenjivača topline

Na osnovu dobivenih modela izmjenjivača topline potrebno je napraviti model konačnih volumena unutar izmjenjivača koji će se kasnije koristiti za numerički proračun. Svakom od konačnog volumena dodaje se karakteristika medija, odnosno fluida koji se nalazi posebno u cijevima i posebno u plaštu. Kod pregrada i stijenki cijevi kao domena konačnih volumena korišten je čelik iz ANSYS-ove knjižnice materijala. Stijenka plašta nije posebno modelirana jer se na tom mjestu kao rubni uvjet koristi adijabatski uvjet, što znači da je pretpostavka da kroz vanjsku površinu plašta nema prijenosa topline. Slika 5 prikazuje volumen unutrašnjosti izmjenjivača topline, a kako se radi o osno simetričnom predmetu, za numeričku analizu je dovoljno izraditi model polovine izmjenjivača.

Kako je neophodno da se rezultati dobiju što prije i sa što većom tačnošću pristupa se pojednostavljenju modela. Stoga je načinjen još jedan manji model, koji predstavlja zadnjih 800 mm izmjenjivača topline te su uzeti u obzir podatci samo za taj dio (slika 5b).



Sl. 5 Volumen unutrašnjosti izmjenjivača topline: a) cijeli model, b) djelomični model (zadnjih 800 mm)

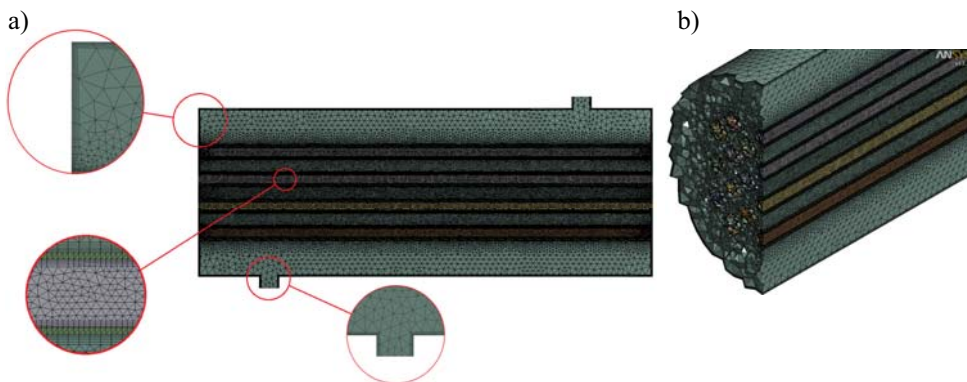
4 NUMERIČKI PRORAČUN

Metoda konačnih volumena danas se najčešće primjenjuje za numeričko rješavanje problema mehanike fluida te različitih problema polja, kao što su temperaturna i elektromagnetska polja. Osim toga, ta se metoda može primijeniti i u mehanici deformabilnih tijela kao i za rješavanje brojnih drugih inženjerskih problema. Važno je svojstvo metode konačnih volumena da su osnovne relacije kojima je opisan problem zadovoljene u integralnom obliku i diskretiziranim jednačbama [5].

4.1 Kreiranje mreže i rubni uvjeti

Na mjestima gdje se očekuje velika promjena gradijenata fizikalnih veličina potrebno je izraditi vrlo sitnu mrežu, takozvanu strukturiranu mrežu. U pravilu su to mjesta gdje se fluid dodiruje sa stjenkom ili s drugim fluidom. Ukupna debljina strukturirane mreže je 3 mm i napravljena je na čelu plašta, adijabatskim stjenkama i oko svih cijevi te u volumenima svih cijevi gdje se fluid dodiruje sa stjenkom. Strukturirana mreža se sastoji od pet redova, a faktor povećanja je 1,1. Ostatak modela generiran je običnom mrežom i to tako da je u stjenci zadana duljina stranice konačnog volumena od 0,5 do 2 mm, između cijevi od 2 do 6 mm, dok je na svim ostalim mjestima zadana duljina stranica od 6 do 12 mm. Ovime je zadana struktura mreže cijelog modela i model je umrežen. Ukupan broj konačnih volumena je 3125609.

Iz poznatih podataka za ulaz i izlaz iz plašta, te poznavanjem svojstava pojedinog elementa u izmjenjivaču zadaju se rubni uvjeti. Najprije se zadaje domene svih konačnih volumena, a to je u ovom slučaju voda kao domena svih konačnih volumena cijevi i u plaštu sa svim njezinim fizikalnim svojstvima uzetima iz toplinskih tablica. Relevantna fizikalna svojstva vode, za promatrani problem prijenosa topline, su gustoća, specifični toplinski kapacitet, toplinska provodnost i druge. Odgovarajuća svojstva čelika su uzeta iz CFX-ove knjižnice materijala. Toplija voda, koja struji kroz prostor između cijevnog snopa i plašta, ima na ulazu u izmjenjivač temperaturu 363 K i maseni protok 1,67 kg/s. Plašt s čelom kao i čela stjenke cijevi su usvojeni kao adijabatske stijenke. Hladnija voda struji kroz cijevi u snopu i zadan je maseni protok vode u svakoj pojedinačnoj cijevi u iznosu od 0,115 kg/s, dok je ulazna temperatura očitana iz dijagrama (slika 3) i iznosi 327,5 K. Slika 6 prikazuje umreženi model s detaljima mreže.



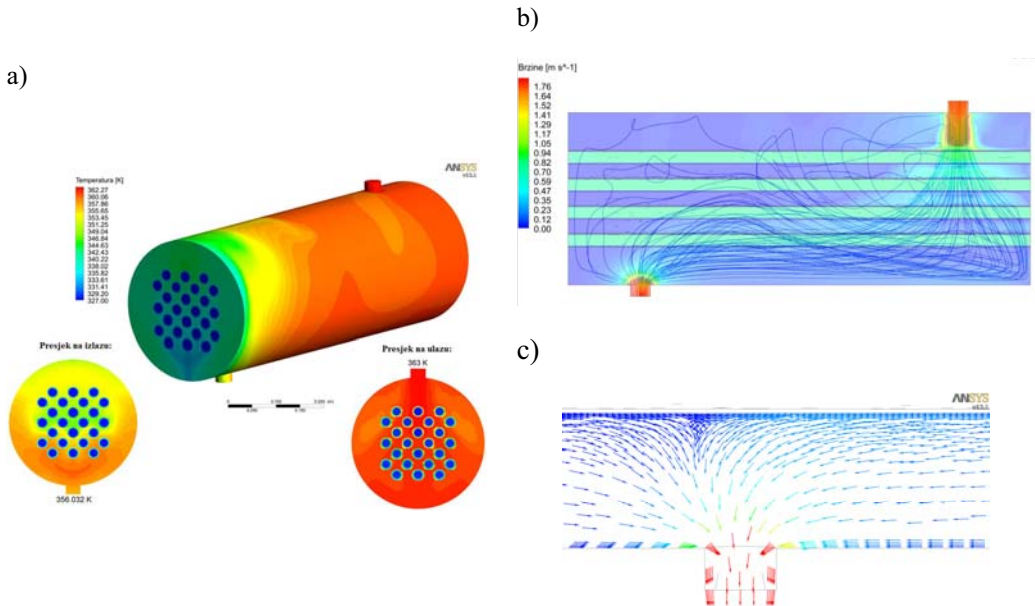
Sl. 6 Umreženi model: a) Detalji strukturirane mreže, b) 3D prikaz presjeka umreženog modela

4.2 Rezultati numeričkog proračuna izmjenjivača topline

Nakon generiranja mreže i zadavanja rubnih uvjeta pristupilo se proračunu pomoću CFD softvera pod nazivom Ansys 12.1 CFX. Izračun od 273 iteracija za skraćeni model, za koje je rješenje u potpunosti konvergiralo, trajao je 7 sati i 21 min.

Na osnovu zadanih rubnih uvjeta izračunate su temperature. Slika 7a prikazuje raspodjelu temperatura u izmjenjivaču. Temperatura na ulazu u plašt je najveća te se postupno do izlaza smanjuje zbog predaje topline fluidu u cijevima. Kroz cijevi, kako je već naglašeno, struji hladnija voda početne temperature 327,5 K. Do izlaza iz cijevi

temperatura vode u cijevima naraste za 4 K primajući toplinu toplije vode kroz stjenke cijevi. Temperatura toplije voda na ulazu u plašt je zadana i iznosi 363 K, dok dobivena i očitana temperatura na izlaznoj prirubnici iznosi 356,03 K, što se podudara s analitički proračunatom temperaturom, vidi sliku 3, na istom mjestu. Time je dobivena temperatura u izmjenjivaču topline skraćenog modela koja je usporediva sa dijagramom.



Sl. 7 Rezultati numeričkog proračuna: a) raspodjela temperatura u izmjenjivaču topline, b) prikaz strujnica i polje brzina, c) vektori brzina kod izlazne prirubnice

Slika 7b prikazuje raspodjelu brzina i strujnica toplije vode. Najveće brzine su u ulaznoj i izlaznoj prirubnici i one su oko 1,8 m/s, dok je prosječna brzina u volumenu plašta 0,7 m/s. Brzina fluida u cijevima ne prelazi 0,8 m/s. Prilikom izračuna brzina numeričkom metodom u ANSYS CFX-u uključen je k-ε modul turbulencije. Vektori brzina na slici 7c prikazuju očekivana vrtloženja kod izlazne prirubnice. Strujanje fluida kroz cijevi je laminarno, dok je u plaštu strujanje turbulentno prije svega zbog raspodjele cijevi u snopu, ali i postojanja pregrada. Povećanom turbulencijom povećava se koeficijent prijelaza topline što pozitivno utječe na izmjenu topline u izmjenjivaču. Kako se pojavljuje vrtloženje na izlazu iz plašta za očekivati je i veliki pad tlaka uz stjenku prirubnice.

5 ZAKLJUČAK

Analitičkim proračunom su izračunate temperature u fluidu kroz cijeli izmjenjivač i to posebno u cijevi i u plaštu i prikazano je dijagramski (slika 3). Ta rješenja se obično, ako je to moguće provjeravaju, odnosno potvrđuju eksperimentalno ili numeričkim metodama. Numerička analiza je izvršena pomoću softverskog paketa ANSYS Workbench v12.1 i programom unutar paketa CFX. Prilikom numeričkog izračuna

korištena je metoda konačnih volumena. Tom je metodom realnije opisan prijenos topline između struja u izmjenjivaču i pokazalo se da se tako dobivena numerička rješenja, uz vrlo male razlike, podudaraju s dobivenim analitičkim rješenjima.

Na osnovu podataka iz ASME norme (TEMA), programa COMPRESS te dostupnim slikama izmjenjivača s interneta i literature sa prilagodbom za ovaj slučaj izrađen je model protusmjernog izmjenjivača topline tipa cijev i plašt prema zadanim podacima u Autodesk Inventor-u. Radi se o jednostavnom primjeru malog izmjenjivača topline. Uzevši u obzir izračunate podatke i podatke dobivene iz modela izrađen je također i radionički crtež cijelog sklopa izmjenjivača topline sa svim potrebnim detaljima. Crtež će poslužiti kao ulazni podatak za daljnju razradu i proračunavanje mehaničkih svojstava izmjenjivača.

Literatura:

- [1] ASME - Standards of the Tubular Exchanger Manufacturers Association (TEMA): "Boiler and Pressure Vessel" Code, 9th edition, 2007.
- [2] Fraas and Ozisik, "Heat Exchanger Design", Jon Wiley & Sons, New Jersey, SAD, 1967., str. 170-181.
- [3] Galović, A., "Termodinamika II", Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2007., str. 192-225.
- [4] Hewitt, G.;Shires, G.;Bott, T., "Process Heat Transfer", CRC Press Inc, Florida, SAD, 1992., str. 527.
- [5] <http://www.fsb.hr/hydro/Webzip/vjezbi%20iz%20racunalne%20dinamike%20fluida.zip>, 12.05.2011.

Autori:

Mario Holik, Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku, Strojarski fakultet u Slavanskom Brodu, Zavod za strojarske konstrukcije, Katedra za energetiku Trg I. Brlić – Mažuranić 2, 35000 Slavnski Brod, e-mail: mario.holik@gmail.com

Željko Zmajević, Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku, Strojarski fakultet u Slavanskom Brodu, Zavod za strojarske konstrukcije, Katedra za energetiku Trg I. Brlić – Mažuranić 2, 35000 Slavnski Brod, e-mail: zzmajic@sfsb.hr

Marija Živić, Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku, Strojarski fakultet u Slavanskom Brodu, Zavod za strojarske konstrukcije, Katedra za energetiku Trg I. Brlić – Mažuranić 2, 35000 Slavnski Brod, e-mail: mzivic@sfsb.hr

Antun Galović, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za termodinamiku, toplinsku i procesnu tehniku, Katedra za tehničku termodinamiku, I. Lučića 5, 10000 Zagreb, e-mail: agalovic@fsb.hr

USPOREDBA KRITERIJA POPUŠTANJA PRIMIJENJENIH NA OJAČANE AVIONSKE KOMPOZITNE PANELE

Ivančević, D., Šarović, K., Smojver, I.

Sažetak: U ovom radu uspoređene su vrijednosti opterećenja pri kojima dolazi do popuštanja ojačanog kompozitnog panela, predviđene pomoću različitih kriterija popuštanja. Numeričke analize provedene su u programu Abaq/Explicit, a uvjeti kriterija popuštanja su integrirani pomoću korisničkih potprograma VUMAT pisanih u programskom jeziku Fortran. Geometrija i materijal modela, kao i opterećenje te rubni uvjeti, su izabrani tako da odgovaraju realnom kompozitnom panelu kakav se koristi u modernim avionskim konstrukcijama. Validacija numeričkog modela izvedena je usporedbom sa eksperimentalnim podacima.

Ključne riječi: kompozitni panel, kriteriji popuštanja, Puck-ov kriterij, avionske konstrukcije

1 UVOD

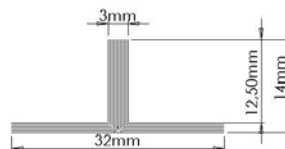
Za predviđanje popuštanja kompozitnih materijala razvijen je vrlo veliki broj kriterija popuštanja. Iako je postignut značajan napredak na tom području, još uvijek ne postoji kriterij koji točno i precizno predviđa popuštanje kompozitnih materijala za sve uvjete opterećenja i sve vrste kompozita. Dok neke teorije imaju fizikalnu osnovu, većina njih pokušava definirati matematički model koji najbolje opisuje dostupne eksperimentalne rezultate. Nedostaci ovog pristupa, zbog ograničenja pri prikupljanju eksperimentalnih podataka i njihovog interpretiranja pomoću matematičkih izraza, su očiti. Korištenje ovakvih modela je jednostavno te se zbog toga vrlo često koriste u inženjerskoj praksi. Krajnji cilj je postaviti teoriju koju konstruktori mogu pouzdano koristiti kod analize realnih kompozitnih konstrukcija pri općim uvjeta opterećenja, a proizvođači materijala za kreiranje i proizvodnju novih materijala koji zadovoljavaju specificirane zahtjeve. U ovom radu napravljena je usporedba kritičnih vrijednosti sile pri kojoj dolazi do popuštanja kompozitnog panela proračunatog primjenom četiri kriterija popuštanja (Tsai-Wu, Tsai-Hill, Hashin-Rotem i Puck). U svrhu približavanja promatranog numeričkog problema realnim avionskim konstrukcijama u analizama je korišten model preuzet iz [2]. Pomoću eksperimentalnih podataka danih u [2] provedena je validacija korištenog numeričkog modela. Numerički rezultati navedeni u ovom radu dobiveni su analizama provedenih u sklopu [5].

2 NUMERIČKI MODEL

2.1 Definiranje geometrije i materijala

Numeričke analize u ovom radu provedene su na modelu koji predstavlja segment oplata cilindričnog oblika, točnije 1/6 cilindra, ojačane uzdužnicama T profila (slika 1). Geometrija i materijal modela, kao i opterećenje te rubni uvjeti, su izabrani tako da

odgovaraju stvarnom modelu iz provedenih eksperimenata (projekt COCOMAT) radi validacije numeričkog modela usporedbom sa eksperimentima objavljenim u [2]. Dimenzije ojačanog kompozitnog panela dane su u tablici 1. Materijal koji je zadan u modelu je IM7/8552, jednousmjereni prepreg epoksidne smole ojačane ugljičnim vlaknima, čija su svojstva dana tablicom 2. Ovaj materijal služi za izradu konstruktivnih elemenata kojima je potrebna visoka čvrstoća, krutost i otpornost na oštećenja te stoga nalazi primjenu u avionskim konstrukcijama. Debljina pojedinog sloja je 0.125 mm, a redosljed slaganja jednousmjerenih slojeva definiran je tablicom 3, pri čemu su kutevi vlakana u slojevima mjereni u odnosu na uzdužnu os panela (os z na slici 1).



Sl. 1. Model ojačanog kompozitnog panela (lijevo), dimenzije i način slaganja kompozitnih slojeva uzdužnice (desno) [2]

Duljina panela	$l=780$ mm
Poluprijer cilindra	$r=1000$ mm
Duljina luka	$a=560$ mm
Broj uzdužnica	$n=5$
Udaljenost između uzdužnica	$d=132$ mm
Visina uzdužnica	$h=14$ mm

Tablica 1. Dimenzije modela oplata i uzdužnica [2]

Gustoća	$\rho=1525$ kg/m ³
Modul elastičnosti u smjeru vlakana	$E_1=145$ GPa
Modul elastičnosti okomito na smjer vlakana	$E_2=10.2$ GPa
Modul smicanja	$G_{12}=5.12$ GPa
Poissonov koeficijent	$\nu_{12}=\nu_{13}=0.3$
Poissonov koeficijent	$\nu_{23}=0.487$
Vlačna čvrstoća u smjeru vlakana	$X_t=2.6$ GPa
Tlačna čvrstoća u smjeru vlakana	$X_c=1.5$ GPa
Vlačna čvrstoća okomito na smjer vlakana	$Y_t=60$ MPa
Tlačna čvrstoća okomito na smjer vlakana	$Y_c=290$ MPa
Smična čvrstoća	$S=120$ MPa
Nagib krivulje u grafu (σ_2, τ_{21}) za $\sigma_2=0$ za vlačno opterećenje	$p_{12t}=0.35$
Nagib krivulje u grafu (σ_2, τ_{21}) za $\sigma_2=0$ za tlačno opterećenje	$p_{12c}=0.3$
Nagib krivulje u grafu (σ_2, τ_{23}) za $\sigma_2=0$ za tlačno opterećenje	$p_{23t}=0.27$
Nagib krivulje u grafu (σ_2, τ_{23}) za $\sigma_2=0$ za vlačno opterećenje	$p_{23c}=0.35$

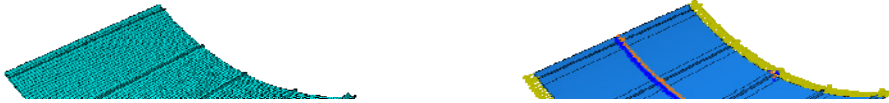
Tablica 2. Mehanička svojstva IM7/8552

Raspored slojeva oplata	$[90/+45/-45/0]_s$
Raspored slojeva struka uzdužnica	$[(+45/-45)_3/0_6]_s$
Raspored slojeva pojasa uzdužnica	$[(+45/-45)_3/0_6]$

Tablica 3. Načini slaganja slojeva kompozita u modelu [1]

2.2 Mreža konačnih elemenata, opterećenje i rubni uvjeti

Mreža konačnih elemenata ojačanog kompozitnog panela prikazana je slikom 2, lijevo. Numerički model diskretiziran je četverokutnim ljuskastim konačnim elementima (označenim u Abaq-s-u kao S4R), te sadrži 5270 elemenata, 5418 čvorova i 32508 stupnjeva slobode.



Sl. 2. Diskretizirani model (lijevo), Opterećenja i rubni uvjeti (desno)

U svrhu što boljeg simuliranja eksperimentalnih uvjeta, opterećenje je zadano duž rubova okomitih na uzdužnice kao koncentrirana sila podijeljena po čvorovima u smjeru uzdužnica (žute strelice na slici 2, desno). Opterećeni rubovi panela su modelirani kao kruta tijela, a dopušteni su im samo aksijalni pomaci. Sprječavanje pomaka krutog tijela postignuto je ograničavanjem uzdužnih pomaka (u smjeru osi z globalnog koordinatnog sustava) i rotacijskih stupnjeva slobode oko globalne osi y (narančaste oznake na slici 2, desno).

2.3 VUMAT potprogram

Kriteriji popuštanja kompozitnih materijala implementirani su u Abaq-s/Explicit pomoću potprograma za korisničko definiranje ponašanja materijala - VUMAT. Osim konstitutivnih jednadžbi ortotropnog materijala u ravninskom stanju naprezanja u VUMAT-u su definirane varijable (*Solution Dependant Variables* - SDV) koje sadrže vrijednosti lijevih strana nejednadžbi kriterija popuštanja definiranih tablicom 4. Opis svih navedenih varijabli se može naći u literaturi [1, 3, 4, 5], ali se zbog ograničenog prostora ovdje ne navodi. Popuštanje po određenom kriteriju nastupa kada stanje naprezanja rezultira vrijednošću određene SDV varijable jednakoj jedinici.

Varijabla	Kriterij popuštanja	Jednadžba
SDV 2	Kriterij popuštanja Tsai-Wu	$F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 + F_6\sigma_6 + F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{66}\sigma_6^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 + 2F_{16}\sigma_1\sigma_6 + 2F_{26}\sigma_2\sigma_6 = 1$
SDV 3	Kriterij popuštanja Tsai-Hill	$\frac{\sigma_1^2}{X^2} - \frac{\sigma_1\sigma_2}{X^2} + \frac{\sigma_2^2}{Y^2} + \frac{\tau_{12}^2}{S^2} < 1$
SDV 4	Hashin-ov kriterij – vlačno popuštanje vlakana	$\left(\frac{\sigma_{11}}{X_t}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right)^2 = 1$
SDV 5	Hashin-ov kriterij – tlačno popuštanje vlakana	$\left(\frac{\sigma_{11}}{X_c}\right)^2 = 1$
SDV 6	Hashin-ov kriterij – vlačno popuštanje matrice	$\left(\frac{\sigma_{22}}{Y_t}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right)^2 = 1$
SDV 7	Hashin-ov kriterij – tlačno popuštanje matrice	$\left(\frac{\sigma_{22}}{2S_{23}}\right)^2 + \left[\left(\frac{Y_c}{2S_{23}}\right) - 1\right] \frac{\sigma_{22}}{Y_c} + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right)^2 = 1$

SDV 8	Puck-ov kriterij – vlačno popuštanje vlakana	$\sigma_{f1} = X_{fT}$ za $\sigma_{f1} \geq 0$
SDV 9	Puck-ov kriterij – tlačno popuštanje vlakana	$\sigma_{f1} = -X_{fC}$ za $\sigma_{f1} < 0$
SDV 10	Puck-ov kriterij – popuštanje između vlakana, način A (vlačno opterećenje σ_2 i smično τ_{21})	$\sqrt{\left(\frac{\tau_{21}}{R_{\perp}^A}\right)^2 + \left(1 - \frac{P_{\perp}^{(+)}}{R_{\perp}^A} R_{\perp}^{(+A)}\right) \left(\frac{\sigma_2}{R_{\perp}^{(+A)}}\right)^2} + \frac{P_{\perp}^{(+)}}{R_{\perp}^A} \sigma_2 = 1$ za $C \geq 0$
SDV 11	Puck-ov kriterij – popuštanje između vlakana, način B (tlačno opterećenje σ_2 i smično τ_{n1})	$\sqrt{\left(\frac{\tau_{21}}{R_{\perp}^A}\right)^2 + 2\left(\frac{P}{R}\right)^2 \sigma_2^2 + \left(\frac{P}{R}\right) \sigma_2} = 1$ za $\sigma_2 < 0$ i $0 \leq \left \frac{\sigma_2}{\tau_{21}}\right \leq \frac{R_{\perp}^A}{ \tau_{21c} }$
SDV 12	Puck-ov kriterij – popuštanje između vlakana, način C (tlačno opterećenje σ_2 i smična τ_{n1} i τ_{nt})	$\left[\left(\frac{\tau_{21}}{2(1 + p_{\perp}^{(-)} S_{21})}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{Y_C}\right)^2\right] \frac{Y_C}{(-\sigma_2)} + \frac{\sigma_1}{\sigma_{1D}} = 1$ za $\sigma_2 < 0$ i $0 \leq \left \frac{\tau_{21}}{\sigma_2}\right \leq \frac{ \tau_{21c} }{R_{\perp}^A}$

Tablica 2. SDV varijable definirane u potprogramu VUMAT

3 ANALIZA I REZULTATI

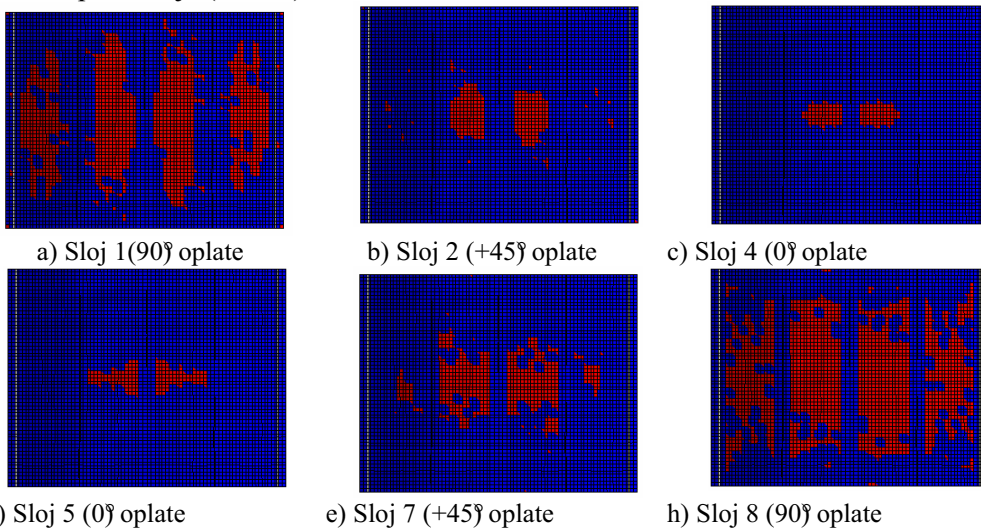
Provjera numeričkog modela izvršena je simuliranjem eksperimenta tlačnog opterećenja panela [2]. Usporedba između eksperimentalnih i numeričkih podataka pokazala je određena odstupanja u vrijednostima skraćanja panela za odgovarajuću silu, ali ova odstupanja su bila očekivana budući da u numerički model nisu ugrađeni kriteriji za načine popuštanja pri izvijanju ojačanih kompozitnih panela (delaminacija). Numerički i eksperimentalni rezultati se dobro poklapaju sve do opterećenja tlačnom silom od 65 kN, nakon koje dolazi do većih odstupanja. Ovime je potvrđena valjanost modela.

Kriteriji popuštanja su u ovom radu međusobno uspoređeni pri vlačnom opterećenju. Opterećenje je postupno povećavano sve dok bar jedan od kriterija nije pokazao da dolazi do popuštanja. Tako je pri sili od 215 kN varijabla SDV 2 na pojedinim mjestima u prvom sloju na oplati poprimila vrijednost jedan, što znači da prema kriteriju Tsai-Wu dolazi do popuštanja. Veće površine popuštanja prema Tsai-Wu kriteriju se vide pri sili od 250 kN i to u vanjskim slojevima oplate, koji su usmjereni pod kutem od 90° u odnosu na smjer djelovanja sile. Uzimajući u obzir Tsai-Wu kriterij i teoriju popuštanja prvog sloja, vidljivo je da do popuštanja dolazi pri sili od 250 kN.

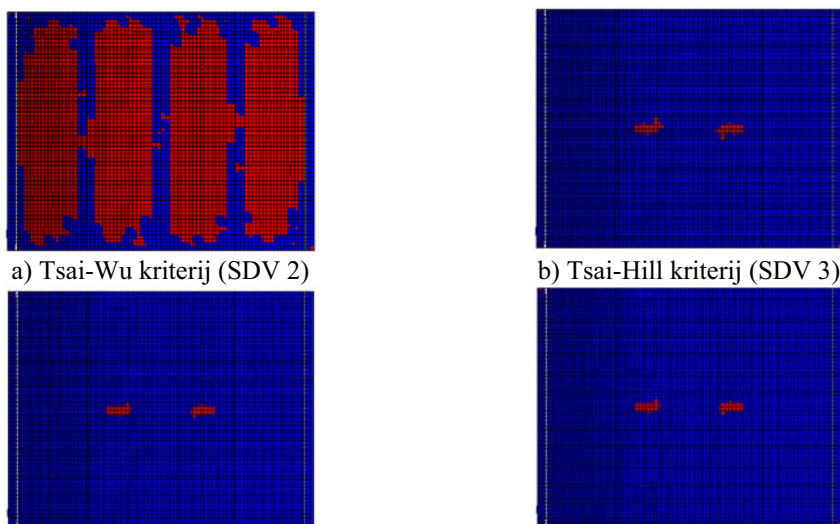
Za silu od 300 kN Tsai-Wu kriterij predviđa popuštanje svih osam slojeva oplate (slika 3). To znači da do popuštanja dolazi i prema teoriji popuštanja zadnjeg sloja. Međutim ostala tri kriterija pri sili od 300 kN još uvijek ne pokazuju popuštanje niti jednog sloja.

Prema kriterijima Tsai-Hill, Hashin-Rotem i Puck do popuštanja dolazi tek za silu opterećenja od 365 kN. Površina panela kod koje je primijećeno popuštanje, prema svim ovim kriterijima ima sličnu formu i položaj, a do popuštanja najprije dolazi u vanjskim slojevima oplate kao i kod Tsai-Wu kriterija. Međutim površina popuštanja

koju predviđaju ovi kriteriji je znatno manja od one koju predviđa Tsai-Wu kriterij za isto to opterećenje (slika 4).



Sl. 3. Primjer popuštanja pri sili od 300 kN prema Tsai – Wu kriteriju (SDV 2)



Sl. 4. Popuštanje pri sili od 365 kN u sloju 1 oplate

Hashin-Rotem kriterij predviđa vlačno popuštanje matrice ($SDV 6 = 1$), a Puck-ov kriterij predviđa popuštanje između vlakana načinom A odnosno za $\sigma_n\theta$ (SDV 10). To znači da ove dvije teorije predviđaju isti mehanizam popuštanja, odnosno da nisu kontradiktorne. Vrijednosti ostalih SDV varijabli je nula u svim elementima panela te radi ograničenog prostora nisu prikazane u ovom radu.

Dakle, Tsai-Wu kriterij predviđa da će do popuštanja doći već pri sili od 215 kN, koja je oko 40% manja od sile pri kojoj ostali promatrani kriteriji predviđaju prvo

popuštanje (365 kN) što pokazuje da je u usporedbi s ostalim kriterijima, ovaj najkonzervativniji.

4. ZAKLJUČAK

Za pouzdano korištenje kriterija popuštanja kompozitnih materijala od iznimne je važnosti eksperimentalna verifikacija. Pri tome se kao dodatni problem javlja i nedostatak odgovarajućih, pouzdanih eksperimentalnih podataka.

Analizom karakterističnog kompozitnog panela avionske konstrukcije koji se sastoji od oplata i uzdužnica pokazano je da se sile za koje različiti kriteriji predviđaju pojavu prvog lokalnog popuštanja mogu razlikovati i za 40%. Do ovih razlika dolazi zbog uvođenja različitih pretpostavki i pojednostavljenja pri samom definiranju kriterija popuštanja. Tako je Puck-ov kriterij, koji ima fenomenološke osnove, pokazao vrlo dobre rezultate u neovisnim analizama, te je u zadnje vrijeme vrlo popularan. Sa druge strane, Tsai-Wu kriterij, iako je u širokoj primjeni prvenstveno zbog svoje jednostavnosti, pokazuje ozbiljne manjkavosti koje se očitiju u nemogućnosti predviđanja načina popuštanja. Osim toga, često predviđa popuštanja kod naprezanja nižih od onih dobivenih eksperimentalno ili pomoću drugih teorija, što se pokazalo i u analizi ovog rada. Dobiveni rezultati su u skladu sa rezultatima usporedbe kriterija popuštanja objavljenim u [3].

Konačno, u ovoj analizi nisu razmatrani neki važni načini popuštanja kao što su delaminacije. Numeričko modeliranje delaminacija zahtijevalo bi vrlo složen i detaljan trodimenzionalni model konačnih elemenata, te zbog toga delaminacije nisu modelirane u ovom radu.

Literatura:

- [1] Baker A., Dutton S., Kelly D., "Composite Materials for Aircraft Structures", American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reston USA, 2004.
- [2] Degenhardt R., Kling A., Rohwer K., Orifici A.C., Thomson R.S., "Design and analysis of stiffened composite panels including post-buckling and collapse", Computers and Structures, No. 86., 2008, str. 919-929.
- [3] Hinton M.J., Kaddour A.S., Soden P.D., "A further assessment of the predictive capabilities of current failure theories for composite laminates: comparison with experimental evidence", Composites Science and Technology, No. 64., 2004, str. 549-588.
- [4] Smojver I., "Mehanika kompozitnih materijala", interna skripta FSB-a, Zagreb, 2006.
- [5] Šrović K., "Usporedba kriterija popuštanja primijenjenih na ojačane avionske kompozitne panele", Završni rad, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2011.

Autori:

Darko Ivančević, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za zrakoplovstvo, Ivana Lučića 5, 10000 Zagreb, tel. 01 6168 260, e-mail: divancevic@fsb.hr, web stranica: <http://aerodamagelab.fsb.hr/divancevic.html>

Kristina Šrović, studentica 1. godine diplomskog studija zrakoplovstva, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Ivana Lučića 5, 10000 Zagreb, e-mail: kristina.sarovic@stud.fsb.hr

Ivica Smojver, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za zrakoplovstvo, Ivana Lučića 5, 10000 Zagreb, tel. 01 6168 267, fax 01 6168 267, e-mail: ismojver@fsb.hr, web stranica: <http://aerodamagelab.fsb.hr/ismojver.html>

RUBNI UVJETI SILA U BEZMREŽNOJ MJEŠOVITOJ KOLOKACIJSKOJ FORMULACIJI

Jarak, T., Hoster, J., Sorić, J.

Sažetak: U radu je prikazana primjena mješovite kolokacijske metode za rješavanje dvodimenzijskih linearno-elastičnih problema. Nepoznate veličine polja aproksimirane su pomoću istih bezmrežnih aproksimacijskih funkcija. Rubni uvjeti sila zadovoljeni su na dva načina: direktno i pomoću kaznene metode. U globalnim sustavima jednadžbi javljaju se kao neovisne varijable samo čvorni pomaci. Učinkovitost prikazanih formulacija pokazana je pomoću numeričkih primjera.

Ključne riječi: kolokacija, mješovita formulacija, rubni uvjeti sila

1 UVOD

U ovom radu prikazana je mješovita kolokacijska metoda za rješavanje dvodimenzijskih (2-D) linearnih problema. Nepoznate veličine polja su dvije komponente pomaka i tri komponente naprezanja koje su aproksimirane pomoću istih aproksimacijskih funkcija. Jednadžbe ravnoteže diskretizirane su pomoću aproksimiranih naprezanja, a sustav jednadžbi je zatvoren postavljanjem konstitutivnih relacija koje povezuju pomake i naprezanja. Budući da su jednadžbe zadovoljene u jakoj formi, izbjegnuto je numeričko integriranje pa je izračunavanje matrice sustava vrlo jednostavno i brzo. Nadalje, primjenom mješovitog pristupa smanjuje se potrebni red kontinuiteta aproksimacijskih funkcija [1] pa ovdje aproksimacijske funkcije moraju imati samo C^1 kontinuitet. Primijenjene su funkcije koje posjeduju interpolacijska svojstva u čvorovima tako da su rubni uvjeti pomaka zadovoljeni izravno. Rubni uvjeti sila zadovoljeni su također izravno primjenom izraza za ravnotežu na vanjskom rubu ili pomoću kaznene (*penalty*) metode. U oba slučaja izveden je konačni sustav jednadžbi koji ima samo čvorne pomake kao nepoznanice. Poznato je da su kolokacijske metode netočnije i nestabilnije od numeričkih metoda u kojima se koriste slabe forme diferencijalnih jednadžbi ravnoteže ukoliko se u modelu javljaju rubni uvjeti sila [2]. Stoga njihovo učinkovito zadovoljavanje predstavlja ozbiljan problem u kolokacijskim metodama. Ovdje su korištena dva različita pristupa, koji su objašnjeni u poglavlju 3. Učinkovitost izvedenih algoritama prikazana je pomoću dva numerička primjera.

2 MJEŠOVITA KOLOKACIJSKA METODA

Jednadžbe sustava predstavljaju jake forme 2-D jednadžbi ravnoteže koje moraju biti zadovoljene u svim točkama unutar globalnog područja predstavljenog plohom Ω

$$\sigma_{ij,X^l} + b_i = 0, \text{ unutar } \Omega. \quad (1)$$

Te jednadžbe moraju zadovoljavati sljedeće rubne uvjete propisane na vanjskim granicama $\partial\Omega$

$$u_i = \bar{u}_i, \quad \text{na } \Gamma_u, \quad (2)$$

$$t_i = \sigma_{ij}n_j = \bar{t}_i, \quad \text{na } \Gamma_t. \quad (3)$$

U gornjim izrazima σ_{ij} predstavlja 2-D tenzor naprezanja, b_i je vektor volumnih sila, u_i su komponente pomaka, t_i označavaju površinske sile, a n_j su komponente jediničnog vektora normale na vanjsku plohu $\partial\Omega$. Vrijedi da je $\partial\Omega = \Gamma_u \cup \Gamma_t$, gdje Γ_u označava dio $\partial\Omega$ s propisanim pomacima \bar{u}_i , dok su na Γ_t zadane površinske sile \bar{t}_i . U svim izrazima donji indeksi mogu imati vrijednosti 1 i 2, osim ako eksplicitno nije naznačeno drugačije.

2-D kontinuum aproksimiran je pomoću skupa čvorova $I=1,2,\dots,N$, gdje je N ukupni broj čvorova u modelu. Prema mješovitom kolokacijskom postupku predloženom u [1] kao nepoznate veličine polja uzimaju se komponente naprezanja i pomaka. Budući da je u izrazu (1) broj nepoznatih komponenti naprezanja veći od broja raspoloživih jednadžbi, sustav je zatvoren primjenom konstitutivnih relacija

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{2} C_{ijkl} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (4)$$

gdje C_{ijkl} predstavlja komponente materijalnog tenzora za linearni elastični izotropni materijal. Sve komponente tenzora naprezanja i vektora pomaka aproksimirane su pomoću istih bezmrežnih funkcija, što se može zapisati u sljedećem općenitom matičnom obliku,

$$\mathbf{u}^{(h)}(\mathbf{X}) = \sum_{J=1}^N \phi_J(\mathbf{X}) \hat{\mathbf{u}}_J, \quad (5)$$

$$\boldsymbol{\sigma}^{(h)}(\mathbf{X}) = \sum_{J=1}^N \phi_J(\mathbf{X}) \hat{\boldsymbol{\sigma}}_J, \quad (6)$$

gdje su $\mathbf{u}^{(h)} = [u^{(h)} \quad v^{(h)}]^T$ i $\boldsymbol{\sigma}^{(h)} = [\sigma_x^{(h)} \quad \sigma_y^{(h)} \quad \tau_{xy}^{(h)}]^T$ aproksimirani vektori pomaka,

odnosno naprezanja, a $\hat{\mathbf{u}}_J = [\hat{u}_J \quad \hat{v}_J]^T$ i $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_J = [\hat{\sigma}_{xJ} \quad \hat{\sigma}_{yJ} \quad \hat{\tau}_{xyJ}]^T$ su vektori pripadnih čvornih vrijednosti u čvoru J . ϕ_J predstavlja 2-D čvorne funkcije oblika za čvor J koje su ovdje dobivene primjenom metode najmanjih pomičnih kvadrata (*Moving Least Squares*, MLS) [3], metoda polinomne interpolacije u točkama (*Polynomial Point Interpolation Method*, PPIM) [2] i B-spline funkcije (BS) [4]. U ovom radu sve funkcije posjeduju interpolacijska svojstva u čvorovima pa se rubni uvjeti pomaka u čvorovima mogu nametnuti izravno. Kod MLS funkcija to je postignuto odabirom težinske funkcije kao u [5] dok su kod BS funkcija eksplicitno nametnuti interpolacijski uvjeti u svim čvorovima. Razmatraju se samo četverostranične plohe čija geometrija je opisana preslikavanjem iz globalnog Kartezijevog u parametarski krivocrtni koordinatni sustav pa vrijedi $\mathbf{X} = \mathbf{X}(\theta^i)$, gdje su θ^i parametarske koordinate.

Uvrštavanjem aproksimiranih naprezanja (6) u jednadžbe ravnoteže (1) dobivaju se diskretizirane jednadžbe ravnoteže

$$\sum_{J=1}^N \mathbf{B}_{IJ}^T \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}_J + \mathbf{b}_I = 0; \quad I, J = 1, 2, \dots, N \quad (7)$$

gdje je matrica $\mathbf{B}_{IJ} = \mathbf{B}_J(\mathbf{X}_I)$ definirana kao

$$\mathbf{B}_{IJ}^T = \begin{bmatrix} \phi_{IJ, X^1} & 0 & \phi_{IJ, X^2} \\ 0 & \phi_{IJ, X^2} & \phi_{IJ, X^1} \end{bmatrix}, \quad \phi_{IJ} = \phi_J(\mathbf{X}_I). \quad (8)$$

Čvorna napreznja $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_J$ iz jednačbe (7) izračunavaju iz (4) pomoću aproksimiranih pomaka:

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}}_J = \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{X}_J) = \sum_{K=1}^N \mathbf{B}_{JK} \hat{\mathbf{u}}_K. \quad (9)$$

Uvrštavanjem izraza (9) u diskretizirane jednačbe ravnoteže (7) te uz zadovoljavanje rubnih uvjeta (2) i (3) dobiva se rješivi zatvoreni sustav linearnih algebarskih jednačbi u kojima se kao nepoznanice javljaju samo čvorni pomaci.

3 ZADOVOLJAVANJE PRIRODNIH RUBNIH UVJETA

3.1 Direktno zadovoljavanje rubnih uvjeta sila

U slučaju kad se upotrebljavaju interpolirajuće funkcije za aproksimaciju napreznja, izraz (3) u diskretiziranom obliku glasi

$$\mathbf{N}_I \hat{\boldsymbol{\sigma}}_I = \mathbf{N}_I \sum_{K=1}^N \mathbf{B}_{JK} \hat{\mathbf{u}}_K = \bar{\mathbf{t}}_I \quad (10)$$

gdje je matrica $\mathbf{N}_I = \mathbf{N}(\mathbf{X}_I)$ definirana kao

$$\mathbf{N}(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} n_1(\mathbf{X}) & 0 & n_2(\mathbf{X}) \\ 0 & n_2(\mathbf{X}) & n_1(\mathbf{X}) \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Ovdje $n_i(\mathbf{X})$ označavaju komponente jediničnog vektora normale na vanjsku plohu

$\partial\Omega$. $\bar{\mathbf{t}}_I = \bar{\mathbf{t}}(\mathbf{X}_I) = [\bar{t}_1(\mathbf{X}_I) \quad \bar{t}_2(\mathbf{X}_I)]^T$ je vektor poznatih površinskih sila u točki \mathbf{X}_I .

Rubni uvjeti sila nametnuti su u modelu jednostavnim zamjenom diskretiziranih jednačbi ravnoteže (7) s odgovarajućim izrazima iz (10). Nepoznata čvorna napreznja eliminiraju se iz jednačbi pomoću relacija (9).

3.2 Kaznena metoda

Atluri i suradnici predložili su zadovoljavanje rubnih uvjeta pomoću kaznene metode [1]. Nakon množenja lijeve i desne strane jednačbe (10) s $\mathbf{N}^T \boldsymbol{\alpha}$ i naknadnog zbrajanja tako dobivenog izraza s relacijom (9) za čvor I u kojem su propisane površinske sile $\bar{\mathbf{t}}_I$ dobiva se

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}}_I + \mathbf{N}_I^T \boldsymbol{\alpha} \mathbf{N}_I \hat{\boldsymbol{\sigma}}_I = \sum_{K=1}^N \mathbf{B}_{IK} \hat{\mathbf{u}}_K + \mathbf{N}_I^T \boldsymbol{\alpha} \bar{\mathbf{t}}_I. \quad (12)$$

U gornjem izrazu $\boldsymbol{\alpha}$ je dijagonalna matrica kaznenih faktora koji imaju vrijednost $\alpha_{ii} = 10^6$ ako je komponenta sile $t_i = \bar{t}_i$ zadana, i $\alpha_{ii} = 0$ ako je komponenta t_i nepoznata. Iz jednačbe (12) se čvorna napreznja $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_I$ izračunavaju kao

$$\hat{\sigma}_I = \mathbf{Q}^{-1} \left(\sum_{K=1}^N \mathbf{B}_{IK} \hat{\mathbf{u}}_K + \mathbf{N}_I^T \boldsymbol{\alpha} \bar{\mathbf{t}}_I \right), \quad (13)$$

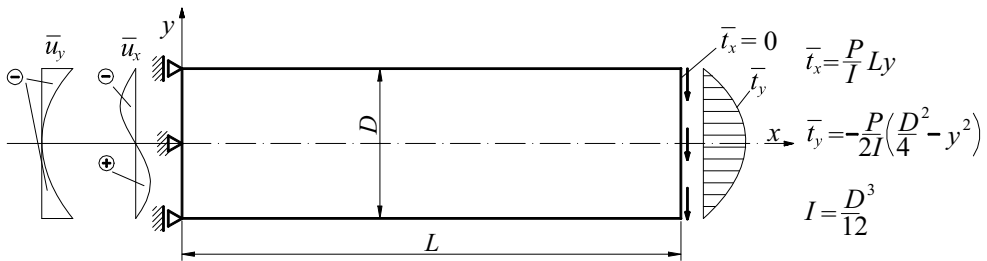
$$\mathbf{Q} = \mathbf{I}_3 + \mathbf{N}_I^T \boldsymbol{\alpha} \mathbf{N}_I, \quad (14)$$

gdje je \mathbf{I}_3 jedinična matrica (3x3). Za sve čvorove u kojima je zadana neka od komponenata površinskih sila vrijedi izraz (13) umjesto (9). Potrebno je uočiti da su rubni uvjeti sila sad nametnuti direktno preko aproksimiranih naprezanja, odnosno čvornih vrijednosti naprezanja, što bi trebalo povećati točnost kolokacijske metode.

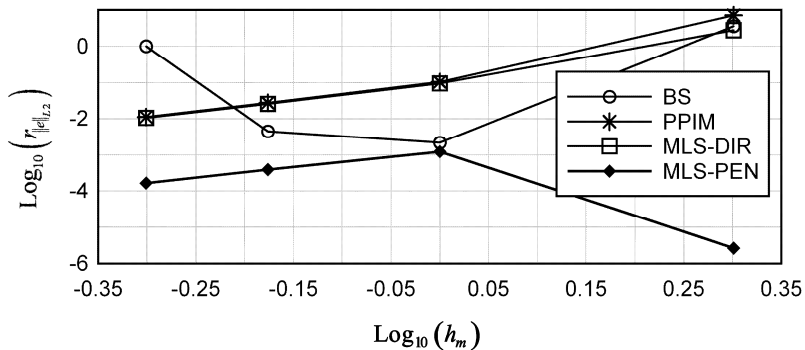
4 NUMERIČKI PRIMJERI

4.1 Konzolna greda

Debela greda jedinične debljine i dimenzija $L \times D = 24 \times 4$ na desnom kraju je opterećena paraboličnim kontinuiranim opterećenjem rezultantnog iznosa $P=1$. Na lijevom rubu grede nametnuti su rubni uvjeti pomaka prema Sl. 1 koji su dobiveni iz analitičkog rješenja [6].



Sl. 1. Konzolna greda – geometrija, rubni uvjeti pomaka i sila



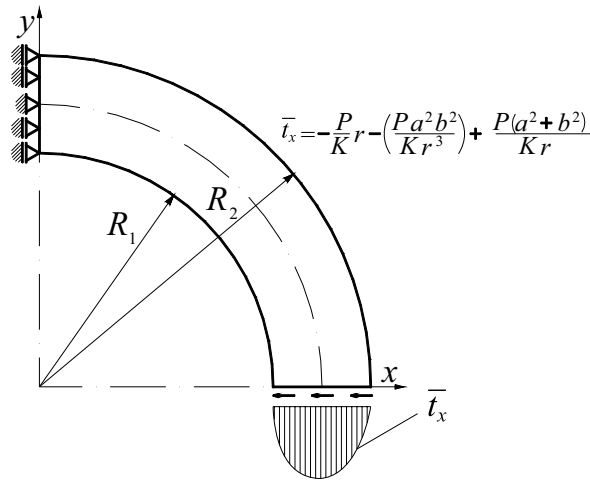
Sl. 2. Konzolna greda – konvergencija relativne greške L2-norme energije deformiranja $r_{\text{err},L2}$ u ovisnosti o udaljenosti među čvorovima u horizontalnom smjeru h_m

Modul elastičnosti je $E = 20000$, a Poissonov koeficijent $\nu = 0,25$. Na Sl. 2 prikazana je konvergencija relativne greške L2-norme za energiju deformiranja. Sve aproksimacijske funkcije imaju kvadratnu bazu, a rubni uvjeti sila zadovoljeni su

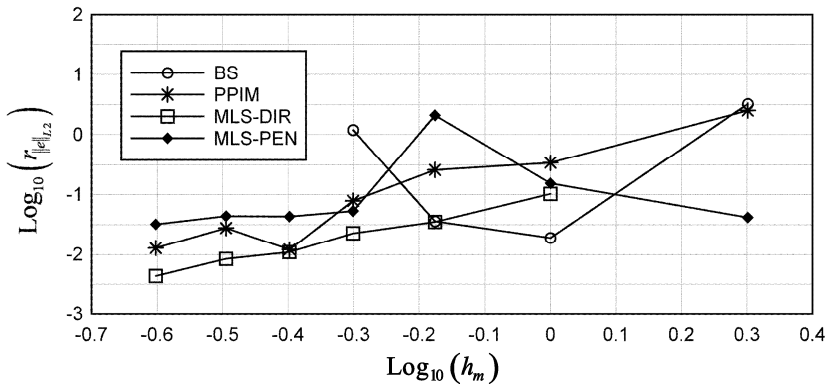
direktno (DIR). Samo u slučaju MLS funkcija rubni uvjeti sila zadovoljeni su i pomoću kaznene metode (PEN). Rezultati su uspoređeni s analitičkim rješenjima dobivenima iz [6].

4.2 Debeli zakrivljeni štap

Debeli zakrivljeni štap jedinične debljine opterećen je kontinuiranim opterećenjem rezultantnog iznosa $P=1$ na horizontalnom kraju prema Sl. 3. Na vertikalnom rubu pomaci su spriječeni u cirkularnom smjeru u svim točkama, a u radijalnom smjeru samo u točki na srednjem polumjeru štapa.



Sl. 3. Debeli zakrivljeni štap – geometrija, rubni uvjeti pomaka i sila



Sl. 4. Debeli zakrivljeni štap – konvergencija relativne greške L2-norme energije deformiranja $t_{||e||_{L_2}}$ u ovisnosti o udaljenosti među čvorovima u cirkularnom smjeru h_m

Dimenzije štapa su $R_1=13$, $R_2=17$, Youngov modul je $E=1$, a Poissonov koeficijent $\nu=0,25$. Na Sl. 4 prikazana je konvergencija relativne greške L2-norme za energiju deformiranja. Kao i u prethodnom primjeru, aproksimacijske funkcije imaju

kvadratnu bazu, a za MLS funkcije rubni uvjeti sila zadovoljeni na oba načina opisana u ovom radu. Rezultati su uspoređeni s analitičkim rješenjima dobivenima iz [6].

5 ZAKLJUČAK

Prikazana je bezmrežna mješovita kolokacijska metoda za linearno-elastične 2-D probleme. Sve komponente pomaka i naprezanja aproksimirane su istim bezmrežnim funkcijama koje moraju imati samo C^1 kontinuitet. Za aproksimaciju su primijenjene metoda najmanjih pomičnih kvadrata (MLS), metoda polinomne interpolacije u točkama (PPIM) i B-spline funkcije (BS). Rubni uvjeti sila zadovoljeni su na direktan način i pomoću kaznene metode. Rubni uvjeti pomaka se zahvaljujući interpolacijskim svojstvima funkcija oblika u jednadžbe uvode izravno. Iz prikazanih rezultata vidljivo je da MLS funkcije postižu najveću točnost i brzinu konvergencije. U slučaju B-spline funkcija globalni sustav jednadžbi postaje slabo uvjetovan s povećanjem broja čvorova do čega dolazi zbog globalnog nametanja interpolacijskih uvjeta u svim čvorovima. U slučaju zakrivljenog štapa primjena PPIM sheme rezultira s nemonotonom konvergencijom i smanjenom točnošću. Nadalje, primjena kaznene metode za zadovoljavanje rubnih uvjeta sila daje točnije rezultate ako se smjer vektora vanjske normale na rub poklapa s globalnim koordinatnim osima. U budućem istraživanju potrebno je razmotriti primjenu BS funkcija kod kojeg bi se izbjeglo neučinkovito nametanje interpolacijskih uvjeta u svim čvorovima. Kod kaznene metode bilo bi poželjno rubne uvjete sila kod složenih geometrija zadovoljiti u prikladno definiranim lokalnim koordinatnim sustavima kako bi se zadržala točnost takvog pristupa.

Literatura:

- [1] Atluri, S.N., Liu, H.T., Han, Z.D., „Mes hless Local Petrov-Galerkin (MLPG) Mixed Collocation Method for Elasticity Problems“. CMES, Vol.14, No.3, 2006, 141-152.
- [2] Liu, G.R., GU, Y.T., „An Introduction to Meshfree Methods and Their Programming“. Springer, 2005.
- [3] Atluri, S.N., „The Meshless Method (MLPG) for Domain & BIE Discretizations“. Tech Science Press, 2004.
- [4] Rogers, D. F., „An Introduction to NURBS: with historical perspective“. Academic Press, 2001.
- [5] Sorić, J., Jarak, T., „Mixed Meshless formulati on for analysis of shell-like structures“. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., Vol. 199, 2010, 1153-1164.
- [6] Timoshenko, S., Goodier, J. N., „Theory of Elasticity, 3rd edition“, McGraw Hill, 1951.

Autori:

Tomislav Jarak, tel. 016168514, fax 016168187, e-mail: tomislav.jarak@fsb.hr, web stranica: www.fsb.hr/lnm/staff/jarak/, Josip Hoster, tel. 016168187, fax 016168187, e-mail: josip.hoster@fsb.hr, web stranica: <http://www.fsb.hr/lnm/staff/hoster/>, Jurica Sorić, tel. 016168103, fax 016168187, e-mail: jurica.soric@fsb.hr, web stranica: <http://www.fsb.hr/lnm/staff/soric/>, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za tehničku mehaniku, I. Lučića 5

NUMERIČKO MODELIRANJE RASTA I PROMJENE STRUKTURE SLOJEVA STIJENKE AORTE

Karšaj, I., Sorić, J., Humphrey, J.D.

Sažetak: U ovom radu razvijen je numerički materijalni model koji može opisati transmuralne promjene u pojedinim slojevima stijenke krvne žile. Modelirani su rast i promjena strukture (G&R) intime, medije i adventicije. Do sada razvijeni modeli omogućuju uvid većinom u geometrijske parametre (npr. promjer, debljina stijenke i sl.) dok postojeći model daje uvid u promjenu kuta otvaranja i osnog opterećenja, što su vrlo bitne veličina pri eksperimentalnom pristupu.

Ključne riječi: Teorija smjesa, zaostala naprezanja, hiperelastičnost, adaptacija stijenke aorte

1 UVOD

Stijenka krvne žile je višeslojna struktura organizirana kao mješavina stanica i međustaničnih proteina [5]. Normalna stijenka se sastoji od unutarnjeg sloja (intima) sastavljenog uglavnom od endotelnih stanica. Taj sloj u mladosti vrlo malo pridonosi čvrstoći stijenke, no sa starenjem on deblja i dobiva sve veću ulogu. Srednji sloj (medija) sastoji se od slojeva mekih mišićnih stanica, kolagena (tip I i IV) elastičnih vlakana te proteglikana. Svaka komponenta ima svoj udio koji varira ovisno o mjestu na kojem promatramo arteriju. Kod različitih bolesti dolazi do promjene strukture stijenke, što znatno utječe i na promjene njenih mehaničkih svojstava. Tako npr. povišeni tlak uzrokuje povećanje broja mekih mišićnih stanica i kolagena. Vanjski sloj (adventicija) sastoji se uglavnom od kolagena te manjim dijelom od elastičnih vlakana. Smatra se da adventicija sprječava pretjerano istezanje mekih mišića. Prema posljednjim istraživanjima pokazano je da ona ima važnu ulogu pri adaptaciji prilikom nekih bolesti (npr. aneurizma).

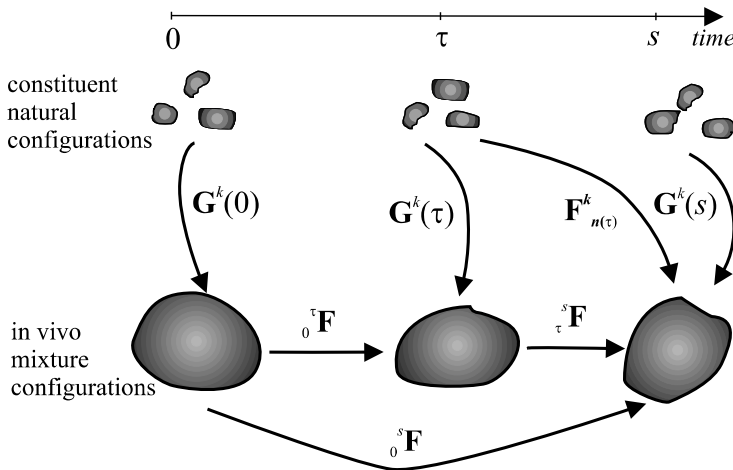
Matematičko modeliranje rasta i promjene strukture (*growth & remodeling, G&R*) počelo je s radom Rodrigueza i suradnika [8], koji su razvili tzv. kinematički pristup. Humphrey i Rajagopal [4] predlažu u osnovi drugačiji pristup temeljen na opisu promjena i proizvodnje, odnosno razgradnje izvanstaničnih dijelova stijenke žile kao posljedicu promjene normalnih vrijednosti vanjskog opterećenja. Uvode pojam spregnutih smjesa (*constrained mixture model*), što znači da su pojedini dijelovi spregnuti u smjesu u kojoj se moraju gibati i deformirati zajedno (npr. arterija). No svaki od tih dijelova može posjedovati vlastitu konfiguraciju (*natural configuration*) bez zaostalih naprezanja. Daljnji razvoj G&R predstavljaju membranski modeli, [1], [4], [9]. Trodimenzijski modeli mogu uzeti u obzir i raspodjelu međustaničnih struktura koje ne doprinose nosivosti krvne žile (npr. kisik, molekule koje uzrokuje kontrakciju ili dilataciju žila te proteina koji utječu na razgradnju mehanički bitnih dijelova), [6], [7], [10].

Cilj ovog rada je dodatno proširiti trodimenzijsku formulaciju pokazanu u [6] tako što ćemo dodati informaciju o ponašanju pojedinih slojeva stijenke; intime, medije i adventicije.

2 TEORIJSKE OSNOVE

2.1 Kinematika

Cjelokupna teorija modelira se u *in vivo* konfiguraciji (trenutna konfiguracija smjese), Slika 1, te prirodnoj konfiguraciji svakog konstituenta (bez zaostalih naprezanja). Pretpostavka je da mehanička svojstva i deformacije ugradnje (*deposition stretches*) \mathbf{G}^k novostvorenih struktura (kolagen, glatke mišićne stanice) ostaju konstantne bez obzira na promjenu geometrije. Gradijent deformiranja $\mathbf{F}_{n(\tau)}^k(s)$ predstavlja preslikavanje iz prirodne konfiguracije svakog konstituenta k u trenutku τ u trenutnu konfiguraciju smjese u trenutku s . Preslikavanje unutar trenutne konfiguracije smjese između dva trenutka τ i s opisano je s ${}^s\mathbf{F}$. Pretpostavka je da se gustoća mase smjese ne mijenja, $\rho(s) \cong \rho(0)$.



Slika 1: Prikaz konfiguracija

2.2 Kinetika

Promjena mase smjese (termin smjesa se koristi za opis međudjelovanja mehanički bitnih dijelova - elastin, kolagen i glatke mišićne stanice) prema teoriji smjesa može se opisati kao

$$M^k(s) = M^k(0)Q^k(s) + \int_0^s m^k(\tau)q^k(s-\tau)d\tau. \quad (1)$$

Indeks k označava pojedini konstituent (elastin, kolagen ili glatke mišićne stanice), $\tau \in [0, s]$ je G&R vrijeme, dok su m^k i q^k članovi koji se odnose na proizvodnju i

uklanjanje mase pojedinih struktura. Za proizvodnju / uklanjanje pojedinih struktura koristi se sljedeći izraz

$$m^k(\tau) = m_B^k \left(1 + K_\sigma^k \Delta\sigma(\tau) + K_C^k \Delta C(\tau) \right), \quad (2)$$

gdje je m_B^k proizvodnja u homeostatskim uvjetima, a K_σ^k i K_C^k su faktori ovisnosti proizvodnje vezani uz promjenu homeostatskog pritiska u stijenci,

$$\Delta\sigma(\tau) = \left| \left| \mathbf{t}^{\text{collagen or SMC}}(\tau) \right| \right| - \left| \left| \mathbf{t}_h^{\text{collagen or SMC}} \right| \right|, \quad (3)$$

te promjene koncentracije vazokonstriktora i vazodilatatora u endotelnim stanicama

$$\Delta C(\tau) = C(\tau) - C_B. \quad (4)$$

Funkcija uklanjanja

$$q^k(s - \tau) = \exp\left(-\int_\tau^s K^k(\tilde{\tau}) d\tilde{\tau}\right), \quad (5)$$

opisuje životni vijek pojedine strukture krvne žile opisane preko parametra uklanjanja $K^k(\tilde{\tau})$.

2.3 Višeslojna 3-D formulacija na osno simetričnom cilindru

Kako ugradnja predložene teorije u opću 3-D geometriju zahtjeva upotrebu metode konačnih elemenata, koja još nije u potpunosti razvijena za probleme G&R, mi smo prve simulacije napravili na cilindričnom dijelu arterije (karotidna arterija, bazilarna arterija). Jednadžbe ravnoteže za problem osnosimetričnog cilindra su

$$P = \int_{r_i}^{r_m} (t_{\theta\theta} - t_{rr}) \frac{dr}{r} + \int_{r_m}^{r_a} (t_{\theta\theta} - t_{rr}) \frac{dr}{r} + \int_{r_a}^{r_o} (t_{\theta\theta} - t_{rr}) \frac{dr}{r}, \quad (6)$$

$$L = \pi \left(\int_{r_i}^{r_m} (2t_{zz} - t_{rr} - t_{\theta\theta}) r dr + \int_{r_m}^{r_a} (2t_{zz} - t_{rr} - t_{\theta\theta}) r dr + \int_{r_a}^{r_o} (2t_{zz} - t_{rr} - t_{\theta\theta}) r dr \right) \quad (7)$$

$$r_o(\tau)^2 - r_i(\tau)^2 = \frac{J_m(\tau)M(0)}{\rho(\tau)\pi l}. \quad (8)$$

U gornjoj relaciji P predstavlja intramuralni tlak, \mathbf{t} je stvarno (Cauchyovo) naprezanje za radijalni r , cirkularni θ i osni smjer z . Nadalje, r_i je unutarnji radijus, r_m predstavlja granicu između intime i medije, r_a je radijus na granici medije i adventicije te r_o je vanjski radijus.

3 ILUSTRATIVNI PRIMJER

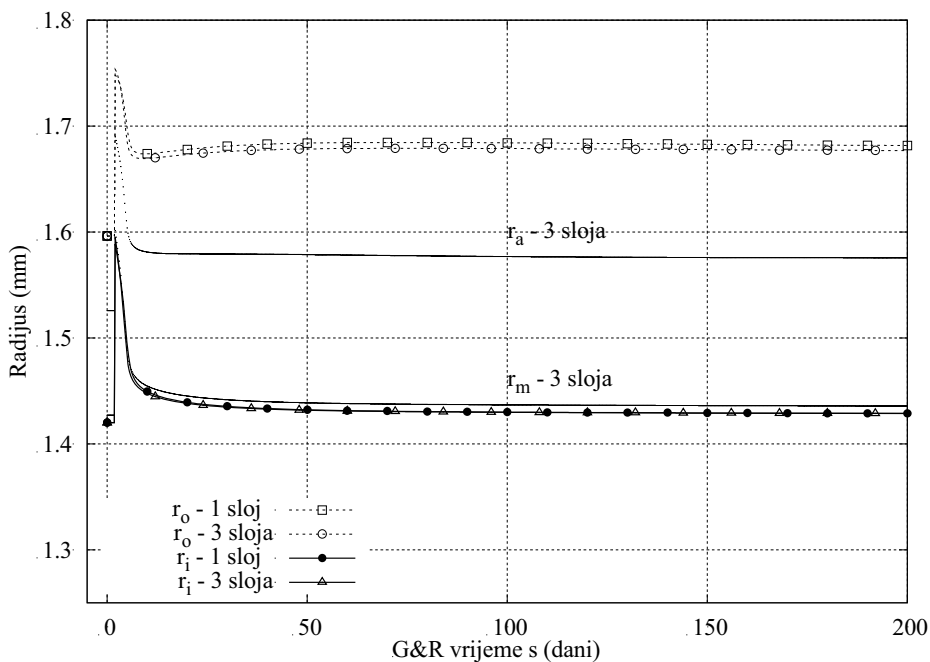
Potvrdu točnosti i učinkovitosti modela napravili smo na problemu bazilarnih arterija (podaci dobiveni od [9]) opterećenih promjenjivim hemodinamičkim uvjetima (50%

povećanje krvnog tlaka). Geometrija i svi potrebni podaci prikazani su tablicama 1 i 2. Na slici 2 vidimo da nema bitnih razlika u geometrijskim karakteristikama između modela koji uzima homogenu stijenku (sastoji od jednog sloja) te onog koji uzima u obzir sva tri sloja. Nadalje slika 3 daje uvid u promjenu kuta otvaranja te osnovnog izduženja. Ti rezultati razlikuju se za jednoslojni i troslojni model, ali se poklapaju s trendovima danim u literaturi ([2], [5]).

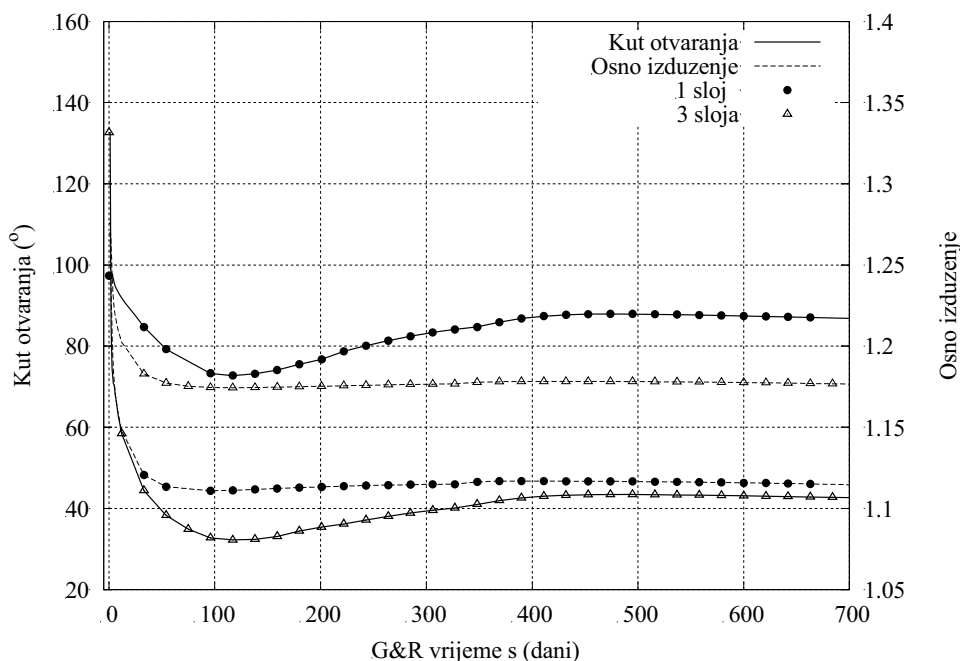
Tablica 1: Parametri potrebni za numeričku simulaciju. 'h' označava homeostatske vrijednosti

Maseni udjeli	Intima	Medija	Adventicija
Elastin	100%	4%	10%
Kolagen	0%	25%	90%
SMC	0%	71%	0%

Tablica 2: Početni maseni udjeli za tri bitne strukture stijenke u troslojnom modelu



Slika 2: Promjena radijusa kao odgovor na 50% povećanje krvnog tlaka



Slika 3: Promjena kuta otvaranja i osnog izduženja kao posljedica 50% povećanja krvnog tlaka

4 DISKUSIJA

Većina modela koji se bave rastom i promjenom strukture stijenke krvne žile zanemaruje slojevitost strukture. Ta pretpostavka je dovoljno točna u slučajevima kada se numeričkim proračunom traže geometrijske karakteristike arterije te ukupna krutost stijenke. Naš model opisuje transmuralne promjene svojstava stijenke i to daje dodatnu informaciju vrlo bitnu za eksperimentalna istraživanja. Može se, na primjer, opisati zadebljanje intime zbog starenja ili ateroskleroze. Nadalje, kontrola se može vršiti tijekom eksperimentalnih istraživanja. Npr. Holzapfel i suradnici [3] daju podatke vezane uz pojedine slojeve koji su odlična kontrola modela. Numerički rezultati dobiveni ovim algoritmom mogu služiti u pripremi različitih hipoteza i olakšavaju pripremu eksperimenata.

Literatura:

- [1] Baek, S., Rajagopal, K. R., & Humphrey, J. D. (2006) A theoretical model of enlarging intracranial fusiform aneurysms, *J Biomech Eng* 128, 142-149
- [2] Fung, Y. (1990) Biomechanics: motion, flow, stress, and growth, ,
- [3] Holzapfel, G. A., Sommer, G., Auer, M., Regitnig, P., & Ogden, R. W. (2007) Layer-specific 3D residual deformations of human aortas with non-atherosclerotic intimal thickening, *Ann Biomed Eng* 35, 530-45
- [4] Humphrey, J. & Rajagopal, K. (2002) A constrained mixture model for growth and remodeling of soft tissues, *Mathematical models and methods in applied sciences*

12, 407-430

[5] Humphrey, J. D. (2002) Cardiovascular solid mechanics: cells, tissues, and organs, *Springer Verlag*,

[6] Karšaj, I., Sorić, J., & Humphrey, J. D. (2010) A 3-D Framework for Arterial Growth and Remodeling in Response to Altered Hemodynamic Loads, *International Journal of Engineering Science* 48, 1357-1372

[7] Machyshyn, I. M., Bovendeerd, P. H. M., van de Ven, A. A. F., Rongen, P. M. J., & van de Vosse, F. N. (2010) A model for arterial adaptation combining microstructural collagen remodeling and 3D tissue growth, *Biomech Model Mechanobiol* 9, 671-87

[8] Rodriguez, E. K., Hoger, A., & McCulloch, A. D. (1994) Stress-dependent finite growth in soft elastic tissues., *J Biomech* 27, 455-467

[9] Valentín, A., Cardamone, L., Baek, S., & Humphrey, J. D. (2009) Complementary vasoactivity and matrix remodelling in arterial adaptations to altered flow and pressure, *J R Soc Interface* 6, 293-306

[10] Wan, W., Hansen, L., & Gleason, Jr, R. L. (2010) A 3-D constrained mixture model for mechanically mediated vascular growth and remodeling, *Biomech Model Mechanobiol* 9, 403-19

Autori

Igor Karšaj, Jurica Sorić, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za tehničku mehaniku, Ivana Lučića 5, Zagreb, igor.karsaj@fsb.hr, jurica.soric@fsb.hr

Jay D Humphrey, Biomedical Engineering, Yale University, New Haven, CT, USA, jay.humphrey@yale.edu

MIKROMEHANIČKO MODELIRANJE PROCESA DEFORMIRANJA

Lesičar, T., Tonković, Z., Sorić, J.

Sažetak: Primjenom tehnika homogenizacije i reprezentativnog volumenskog elementa izveden je mikromehanički numerički algoritam za modeliranje procesa deformiranja heterogenih materijala. Algoritam se temelji na rubnom uvjetu linearnih pomaka uz pretpostavku malih deformacija i linearno elastičnog ponašanja materijala. Izvedeni algoritam za ravninsko stanje naprezanja implementiran je u programski paket konačnih elemenata ABAQUS te je verificiran na jednostavnom primjeru rastezanja membrane.

Ključne riječi: homogenizacija, mikromehanika, reprezentativni volumenski element

1 UVOD

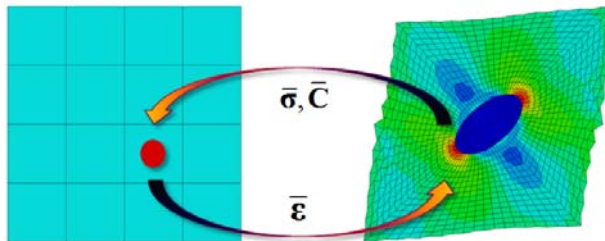
Primjena novih materijala i tehnologija uz stroge zahtjeve na pouzdanost i sigurnost nameće razvoj naprednih metoda analize konstrukcija i opisivanja ponašanja materijala. U novije vrijeme pridaje se posebna pažnja istraživanju utjecaja strukture materijala na njegovo mehaničko ponašanje. Heterogenost materijala pri tome ima značajnu ulogu budući da su gotovo svi materijali zbog svoje prirodne građe na mikrorazini heterogeni.

Kako klasična mehanika kontinuuma ne razmatra strukturne pojave u materijalu na mikrorazini, za modeliranje makroskopskog ponašanja heterogenih materijala koriste se različite matematičke tehnike osrednjavanja, odnosno homogenizacije. Međutim ove su metode ograničene na jednostavne mikroskopske geometrije i linearno-elastični konstitutivni model [11]. Za prevladavanje ovih problema u zadnje vrijeme razvijaju se metode modeliranja na više skala, odnosno razina (*multiscale* metode) kod kojih rezultati dobiveni simulacijom modela na mikrorazini, odnosno reprezentativnom volumenskom elementu (*Representative Volume Element*, RVE) služe kao ulaz u model na kontinuumskoj (makro) razini [9]. Pritom se za formiranje ulaza za makro model provodi računalna homogenizacija [4]. Na taj način moguće je procijeniti ponašanje materijala na makrorazini iz poznatih svojstava konstituenta i geometrije mikrostrukture. Za rješavanje problema na mikrorazini najčešće se primjenjuje metoda konačnih elemenata [5],[9], dok se manji broj radova temelji na metodi rubnih elemenata [13], brzom Fourierovoj transformaciji (*FFT*) [8] te analizi polja transformacije [12], što je pogodno za paralelno računanje.

U ovom radu dan je prikaz rezultata početnih istraživanja autora u području mikromehaničkog modeliranja procesa deformiranja heterogenih materijala. Numerički algoritam prikazan u [9] izveden je za ravninsko stanje naprezanja uz pretpostavku malih deformacija i linearno elastičnog ponašanja konstituenta materijala. Algoritam je implementiran u programski paket ABAQUS [1] te je verificiran na problemu rastezanja membrane.

2 ALGORITAM RAČUNALNE HOMOGENIZACIJE

Na slici 1 prikazana je shema *multiscale* numeričkog algoritma koji se temelji na tehnici homogenizacije prvog reda reprezentativnog volumenskog elementa. Na lijevoj strani slike prikazan je model na makrorazini diskretiziran dvodimenzijskim četverokutnim konačnim elementima, dok je na desnoj strani (mikrorazina) dan reprezentativni volumenski element diskretiziran također dvodimenzijskim četverokutnim elementima. Kao što je već rečeno u uvodnom dijelu rada, simulacija na mikrorazini provodi se na reprezentativnom volumenskom elementu. Ovaj element predstavlja najmanji dio mikrostrukture materijala koji sadrži sve osnovne informacije koje su potrebne za opisivanje ponašanja materijala. Kod odabira veličine reprezentativnog volumenskog elementa treba ispuniti uvijet da on mora biti statistički reprezentativan uzorak mikrostrukture, što je posebno pogodno za materijale s pravilnijom mikrostrukturom. Pritom RVE mora biti dovoljno velik da obuhvati sva potrebna makroskopska svojstva, a da ne inducira neželjena svojstva, poput anizotropije. Za materijale s pravilnom mikrostrukturom kod kojih se može pretpostaviti pravilan raspored heterogenosti u materijalu često se umjesto RVE-a koristi jedinična ćelija (*unit cell*), koja je računalo znatno manje zahtjevnja. Istraživanja su pokazala da prostorna nejednolikost mikrostrukture ima značajan utjecaj na svojstva materijala, osobito za vrijeme plastičnog deformiranja, kao i u procesu akumuliranja oštećenja [3], [10].



Sl. 1. Shema *multiscale* numeričkog algoritma

Za provedbu analize na mikrorazini kao ulazni parametar s makrorazine na rubne čvorove RVE-a dodjeljuje se tenzor deformacije $\bar{\epsilon}$, te se primjenom rubnih uvjeta transformira u pomake rubnih čvorova. Matrica tangentne krutosti \bar{C} na makrorazini nije poznata *a priori*, budući da se ona dobiva iz analize RVE-a koja se provodi u svakoj točki integracije na makrorazini. Osim tangentne krutosti, s mikrorazine na makrorazinu prenosi se i tenzor naprezanja $\bar{\sigma}$ uprosječen po volumenu RVE-a. Rubni uvjeti koji se uobičajeno koriste su rubni uvjet linearnih pomaka, periodični pomaci i antiperiodično površinsko opterećenje te rubni uvjet površinskog opterećenja. U literaturi [5], [9] je pokazano da je za slučaj rubnog uvjeta linearnih pomaka ponašanje RVE-a previše kruto, dok je za rubni uvjet površinskog opterećenja RVE previše podatljiv. Nasuprot tome, rubni uvjet periodičnosti u većini slučajeva daje točnije rezultate koji su po iznosu između vrijednosti dobivenih primjenom dva prethodno spomenuta rubna uvjeta.

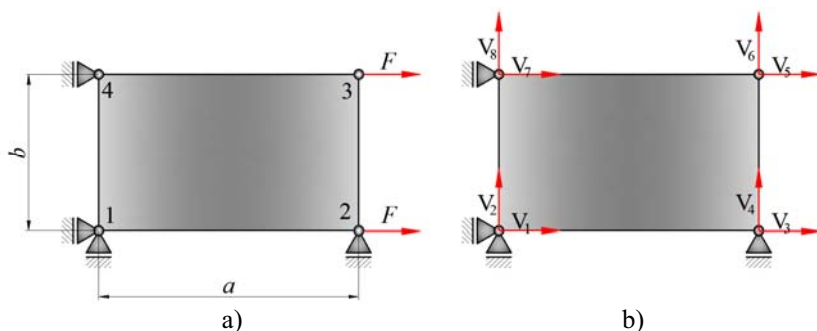
Algoritam računalne homogenizacije temeljen na rubnom uvjetu linearnih pomaka za slučaj malih deformacija i linearno elastičnog ponašanja materijala sastoji se od koraka prikazanih u tablici 1.

Tablica 1. Algoritam računalne homogenizacije

<p>1. Formiranje matrice krutosti RVE-a, \mathbf{K}, prema [14].</p> <p>2. Određivanje topoloških matrica aktivnih (nepoznatih) i rubnih (poznatih ili pasivnih) čvorova na temelju diskretizacije RVE-a, $\mathbf{P}_a \in \{(N-M) \cdot n_{\text{dim}} \times N \cdot n_{\text{dim}}\}$ i $\mathbf{P}_b \in \{M \cdot n_{\text{dim}} \times N \cdot n_{\text{dim}}\}$, gdje M označava broj rubnih čvorova pri čemu vrijedi $M \leq N$, N je ukupni broj čvorova na RVE-u, a n_{dim} predstavlja brojčanu veličinu dimenzije problema (1D, 2D, 3D).</p> <p>3. Određivanje pomaka rubnih čvorova: $\mathbf{u}_q = \mathbf{D}_q^T \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}, \quad q = 1 \dots M, \quad (1)$ pri čemu \mathbf{D}_q^T označava koordinatnu matricu pojedinog čvora u obliku: $\mathbf{D}_q = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2x_1 & 0 \\ 0 & 2x_2 \\ x_2 & x_1 \end{pmatrix}_q, \quad (2)$ a $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$ je tenzor deformacije na makrorazini.</p> <p>4. Računanje unutarnjih (aktivnih) i vanjskih (rubnih) čvornih sila uzimajući u obzir dekompoziciju matrica: $\mathbf{f} = \begin{pmatrix} \mathbf{f}_a \\ \mathbf{f}_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_a \mathbf{f} \\ \mathbf{P}_b \mathbf{f} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{u} = \begin{pmatrix} \mathbf{u}_a \\ \mathbf{u}_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_a \mathbf{u} \\ \mathbf{P}_b \mathbf{u} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{aa} & \mathbf{K}_{ab} \\ \mathbf{K}_{ba} & \mathbf{K}_{bb} \end{pmatrix}. \quad (3)$</p> <p>5. Određivanje prirasta pomaka unutarnjih čvorova: $\mathbf{u}_a^{i+1} = \mathbf{u}_a^i - \mathbf{K}_{aa}^{-1} \mathbf{f}_a^i$. (4)</p> <p>6. Provjera uvjeta konvergencije: $\ \mathbf{f}_a\ \geq \text{tolerancija}$ (DA \rightarrow korak 4, NE \rightarrow korak 7).</p> <p>7. Računanje naprežanja i matrice tangentne krutosti na makrorazini: $\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{1}{ V } \mathbf{D} \mathbf{f}_b, \quad \bar{\mathbf{C}} = \frac{1}{ V } \mathbf{D} \tilde{\mathbf{K}}_{bb} \mathbf{D}^T, \quad (5)$ gdje je $\tilde{\mathbf{K}}_{bb} = \mathbf{K}_{bb} - \mathbf{K}_{ba} \mathbf{K}_{aa}^{-1} \mathbf{K}_{ab}$. (6)</p>
--

3 NUMERIČKI PRIMJER

Prethodno opisani *multiscale* algoritam verificiran je na jednostavnom primjeru rastezanja membrane prikazane na slici 2. Membrana je u vrhovima opterećena jednakim koncentriranim silama iznosa $F = 10000 \text{ N}$, sa zadanim dimenzijama $a = 100 \text{ mm}$, $b = 100 \text{ mm}$ i $h = 1 \text{ mm}$. U cilju što jednostavnije verifikacije algoritma pretpostavit će se da je membrana homogena sa značajkama materijala $E = 210000 \text{ MPa}$, $\nu = 0,3$. Na taj način, svi konačni elementi u modelu RVE-a imaju iste mehaničke značajke.



Sl. 2. Membrana opterećena na rastezanje: a) proračunski model, b) stupnjevi slobode modela na makrorazini

Za rješavanje zadanog problema primijenjen je algoritam opisan u prethodnom poglavlju. Na makrorazini membrana je diskretizirana s jednim četverokutnim konačnim elementom prvog reda za ravninsko stanje naprezanja (slika 2a). Kao što je poznato, bilinearnoj promjeni polja pomaka odgovara kvadratna podintegralna funkcija u izrazu za matricu krutosti ovog elementa za čije je izračunavanje potrebna numerička integracija s četiri (2 \times 2) točke [14]. Stupnjevi slobode proračunskog modela prikazani su na slici 2b. Na mikrorazini reprezentativni volumenski element diskretiziran je sa četiri četverokutna konačna elementa prvog reda kao što je prikazano na slici 3a.

U skladu s prvim korakom algoritma prikazanog u tablici 1, potrebno je formirati matricu krutosti RVE-a. Način formiranja ove matrice identičan je onom za formiranje globalne matrice krutosti konačnih elemenata na makrorazini [14]. Na temelju diskretizacije prikazane na slici 3a, topološke matrice čvorova poprimaju dimenzije $\mathbf{P}_a \in \{2 \times 18\}$ i $\mathbf{P}_b \in \{16 \times 18\}$. Prema izrazu (2) globalna koordinatna matrica RVE-a ima oblik

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -2a & 0 & 0 & 0 & 2a & 0 & 2a & 0 & 2a & 0 & 0 & 0 & -2a & 0 & -2a & 0 \\ 0 & -2b & 0 & -2b & 0 & -2b & 0 & 0 & 0 & 2b & 0 & 2b & 0 & 2b & 0 & 0 \\ -b & -a & -b & 0 & -b & a & 0 & a & b & a & b & 0 & b & -a & 0 & -a \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Pomoću relacije (3) izračunava se vektor vanjskih čvornih sila

$$\mathbf{f}_b = (-10000 \ 0 \ 0 \ 0 \ 10000 \ 0 \ 20000 \ 0 \ 10000 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -10000 \ 0 \ -20000 \ 0)^T \text{ N}, \quad (8)$$

dok su komponente vektora unutarnjih čvornih sila jednake nuli ($\mathbf{f}_a \in \{2 \times 1\} = \mathbf{0}$), što u skladu s korakom 6 iz tablice 1 predstavlja uvjet konvergencije rješenja za pomake unutarnjeg čvora \mathbf{u}_a RVE-a.

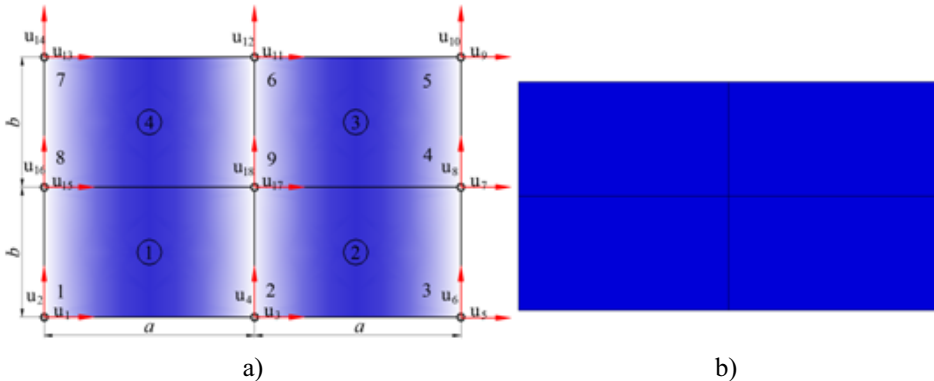
Pomak unutarnjeg čvora $\mathbf{u}_a \in \{2 \times 1\}$ određen iz izraza (4) je jednak nuli, dok su pomaci rubnih čvorova prema (1) jednaki

$$\mathbf{u}_b = (-0,0952 \ 0,0286 \ 0 \ 0,0286 \ 0,0952 \ 0,0286 \ 0,0952 \ 0 \\ 0,0952 \ -0,0286 \ 0 \ -0,0286 \ -0,0952 \ -0,0286 \ -0,0952 \ 0) \text{ mm}. \quad (9)$$

Na kraju, pomoću izraza (5) i (6) izračunavaju se komponente tenzora naprezanja i matrice tangentne krutosti u obliku

$$\bar{\sigma} = \begin{pmatrix} 200 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{MPa}, \quad (10)$$

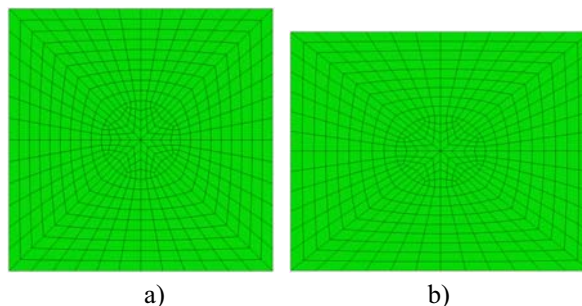
$$\bar{C} = \begin{pmatrix} 230769 & 69230,8 & 0 \\ 69230,8 & 230769 & 0 \\ 0 & 0 & 80769,2 \end{pmatrix} \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}. \quad (11)$$



Sl. 3. Reprezentativni volumenski element sastavljen od 4 konačna elementa
a) diskretizirani model, b) deformirani oblik

Nije teško provjeriti da su izračunate vrijednosti za komponente tenzora napreznja i matrice tangentne krutosti jednake vrijednostima koje se dobivaju pomoću relacija teorije elastičnosti [14].

Osim na prikazani način, problem je riješen primjenom programskog paketa ABAQUS [1], u koji je pomoću korisničke rutine UMAT implementiran opisani algoritam računalne homogenizacije. Za diskretizaciju membrane na makrorazini s jednim konačnim elementom, kao i RVE-a na mikrorazini korišten je četverokutni konačni element prvog reda za ravninsko stanje napreznja CPS4.



Sl. 4. Reprezentativni volumenski element: a) diskretizirani model, b) deformirani oblik

Model RVE-a sada je diskretiziran je 577 konačnih elemenata na način prilagođen za analizu heterogenog materijala. Diskretizirani RVE i njegov deformirani oblik prikazani su na slikama 4a i 4b. Nakon provedene numeričke analize dobivena su ista rješenja za tenzor napreznja i matricu tangentne krutosti kao što je to prikazano u izrazima (10) i (11).

4 ZAKLJUČAK

U radu je opisan algoritam računalne homogenizacije za mikromehaničko modeliranje procesa deformiranja heterogenog materijala na razini točke integracije konačnih elemenata. Pritom su pretpostavljene male deformacije i linearno elastično ponašanje materijala. Numerički algoritam koji se temelji na rubnom uvjetu linearnih pomaka implementiran je u programski paket konačnih elemenata ABAQUS primjenom korisničke rutine UMAT. Algoritam je verificiran na jednostavnom primjeru rastezanja membrane.

Literatura

- [1] ABAQUS 6.8, Dassault Systemes, Simulia
- [2] Belytschko T., Song, J. H., „Coarse-graining of multiscale crack propagation“, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 81:537–563, 2010.
- [3] Brockenbrough, J. R., Suresh, S., „Deformation of metal-matrix composites with continuous fibers“, Acta Metal. Mater. 39(5): 735-752, 1991.
- [4] Feyel, F., Chaboche, J. L., „FE² multiscale approach for modelling the elasto-viscoplastic behaviour of composite mat., Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 183:309-330, 2000.“
- [5] Geers, M., Kouznetsova, V., „Scale transitions in solid mechanics based on comp. homogenization“, Eindhoven University of Technology.
- [6] Hoppe, R. H. W., Petrova, S. I., „Multiscale method for the crack problem in microstructural materials“, Comput. Methods Appl. Math., Vol.10, 69-86, 2010.
- [7] Kouznetsova, V., „Comp. homogenization for the multiscale analysis of multiphase materials“, PhD Thesis, Eindhoven, Technische Universiteit, ISBN 90-386-2734-3, 2002.
- [8] Michel J. C., Moulinec, H., Suquet, P., „Effective properties of composite materials with periodic microstructure“, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 172:109-143, 1999.
- [9] Miehe, C., Koch, A., „Comp. micro-to-macro transitions of discretized microstructures undergoing small strain“, Archive of Applied Mechanics 72 (2002), 300-317.
- [10] Moulinec, H., Suquet, P., „A numerical method for computing the overall response of nonlinear composites with complex microstructure“, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 157:69-94, 1998.
- [11] Nemat-Nasser, S., Hori, M., „Micromechanics: Overall Properties of Heterogeneous Solids“, Elsevier Science Publishers, 1993.
- [12] Oskay, C., Fish J., „Eigendeformation based reduced order homog. for failure analysis of heterogeneous mat.“, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 196:1216-1243, 2007.
- [13] Sfantos, G. K., Aliabadi, M. H., „Multiscale boundary element modelling of material degradation and fracture“, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 71(10):1135-1180, 2007.
- [14] Sorić, J., „Metoda konačnih elemenata“, Golden Marketing, 2004.

Autori:

Tomislav Lesičar, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za tehničku mehaniku, Ivana Lučića 5, 10000 Zagreb, tel. 01/6168-514, fax. 01/6168-187, e-mail: tomislav.lesicar@fsb.hr, Zdenko Tonković, tel. 01/6168-450, e-mail: zdenko.tonkovic@fsb.hr, Jurica Sorić, tel. 01/6168-103, e-mail: jurica.soric@fsb.hr, web: <http://www.fsb.hr/lnm/staff/>

NUMERIČKO MODELIRANJE PROCESA PUZANJA KORTIKALNOGA KOŠTANOGA TKIVA

Lovrenić-Jugović, M., Tonković, Z.

Sažetak: U radu je izveden numerički algoritam za modeliranje nelinearnog i vremenski ovisnog ponašanja kortikalnog koštanog tkiva za slučaj puzanja i naknadnog rasterećivanja. Konstitutivni model koje spreže mehanizam oštećenja s efektima viskoelastičnosti i viskoplastičnosti temelji se na relacijama mehanike oštećenja i termodinamike kontinuuma, te na relacijama izvedenim za kompozitne materijale. Za izvođenje konstitutivnog modela i pripadnog numeričkog algoritma eksperimentalni rezultati preuzeti su iz literature. Primjenom korisničke rutine UMAT algoritam je ugrađen u formulaciju konačnih elemenata programskog paketa ABAQUS. Točnost numeričkog algoritma testirana je usporedbom dobivenih rješenja s eksperimentalnim i numeričkim rezultatima iz literature.

Ključne riječi: kortikalno koštano tkivo, puzanje, viskoelastičnost, viskoplastičnost, oštećenje

1 UVOD

Eksperimentalni rezultati pokazuju da se kortikalno koštano tkivo tijekom vlačnog testa puzanja ponaša kao linearno viskoelastičan materijal ispod određene granične vrijednosti naprezanja [4, 9]. Iznad granične vrijednosti naprezanja započinje akumuliranje viskoplastične deformacije i oštećenja [4]. Analizom eksperimentalnih podataka prikazanih u [7] uočeno je da se pri nižoj graničnoj vrijednosti naprezanja počinju najprije akumulirati viskoplastične deformacije, dok pri višoj graničnoj vrijednosti dolazi i do akumuliranja oštećenja. U posljednjih nekoliko godina ideje i pristupi razvijeni za inženjerske materijale koriste se za modeliranje mehaničkog ponašanja koštanog tkiva [2, 9].

Tako su u [5] autori ovog rada predložili numerički algoritam za integriranje konstitutivnog modela koji spreže mehanizam oštećenja s efektima viskoelastičnosti u kortikalnom koštanom tkivu. Pritom su eksperimentalno dobiveni parametri konstitutivnog modela preuzeti iz literature [9]. U spomenutom radu pretpostavljene su male deformacije te je zanemaren utjecaj plastičnih deformacija. Daljnje istraživanje na povećanju točnosti predloženog numeričkog algoritma motivirali su eksperimentalni rezultati Melnisa i ostalih autora prikazani u [7]. U ovom radu provedeni su testovi puzanja ljudskog kortikalnog koštanog tkiva te je u fazi rasterećenja zamjećena pojava nepovratne viskoplastične deformacije.

Cilj ovog rada je proširiti numerički algoritam predložen u [5] na način da osim efekata viskoelastičnosti i akumuliranja oštećenja omogućuje analizu utjecaja viskoplastične deformacije na proces puzanja s naknadnim rasterećivanjem. Za to je u konstitutivnom modelu u formulaciju malih deformacija uz komponente od viskoelastičnosti i oštećenja dodana komponenta viskoplastične deformacije. Pritom je

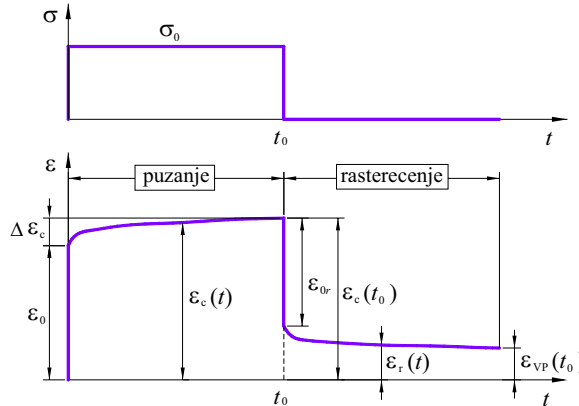
viskoplastično tečenje materijala opisano modelom Zapasa i Crissmana koji je prikazan u [3, 6].

2 KONSTITUTIVNI MODEL

Konstitutivni model predložen u ovom radu za opisivanje viskoelastičnog i viskoplastičnog procesa deformiranja kortikalne kosti spregnutog s akumuliranjem oštećenja temelji se na pretpostavci malih deformacija. Ukupna deformacija puzanja, $\varepsilon(t)$, aditivno se rastavlja na viskoelastični dio koji ujedno sadrži deformaciju povezanu s akumuliranjem oštećenja (ε_{VE}^D) te na viskoplastični dio (ε_{VP}) tako da je

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_{VE}^D + \varepsilon_{VP}. \quad (1)$$

Na slici 1 shematski je prikazana ovisnost napreznja i pripadne deformacije o vremenu za kortikalno koštano tkivo tijekom procesa puzanja i naknadnog rasterećenja. Iz slike je vidljivo da nakon rasterećenja ostaje trajna, nepovratna viskoplastična deformacija, dok omjer $\varepsilon_0/\varepsilon_{0r}$ određuje konstantu akumuliranja oštećenja.



Sl. 1. Shematski prikaz ovisnosti napreznja i pripadne deformacije o vremenu za slučaj puzanja i naknadnog rasterećenja.

2.1 Viskoelastičnost spregnuta s oštećenjem

Za opisivanje viskoelastičnih deformacija spregnutih s oštećenjem primijenjen je u literaturi dobro poznati Shaperyev viskoelastičan model, koji se za slučaj jednoosnog stanja napreznja može zapisati u obliku

$$\varepsilon_{VE}^D = \int_0^t J(t-\tau) \frac{d\tilde{\sigma}(\tau)}{d\tau} d\tau, \quad (2)$$

gdje J označava viskoelastičnu podatljivost, dok je t oznaka za vrijeme, a τ označava vrijeme retardacije. Ovdje su nelinearni efekti opisani primjenom mehanike oštećenja koja se temelji na termodinamici nepovrativih procesa. Pretpostavljeno je da vremenski ovisno napreznje i oštećenje utječu na viskoelastičnu deformaciju kroz vremenski ovisno efektivno napreznje, $\tilde{\sigma}$.

Prema [9] predložene su slijedeće jednadžbe za podatljivost i efektivno napreznje

$$J = J_0 + J_1 t^\gamma, \quad \tilde{\sigma} = \sigma / (1 - w(t)), \quad (3)$$

gdje su J_0 , J_1 i γ parametri materijala, a σ je Cauchy-evo naprežanje. Zakon oštećenja za slučaj puzanja materijala pretpostavljen je u obliku

$$\dot{w} = \left[\frac{\langle \sigma - \sigma_{th}^D \rangle}{C(1-w)} \right]^r, \quad (4)$$

gdje su C i r parametri materijala, dok uglata McAulay-ova zagrada iščezava ako je izraz u zagradi manji od nule. Na taj način, ako je naprežanje manje od nekog graničnog ($\sigma < \sigma_{th}^D$) kost se ponaša kao linearno viskoelastičan materijal, dok se za naprežanje iznad granične vrijednosti ($\sigma > \sigma_{th}^D$) ponaša kao viskoelastičan materijal u kojem se akumulira oštećenje. Pritom se pretpostavlja da u početnom trenutku u materijalu nema oštećenja ($t = 0$, $w = 0$), tako da prethodna jednadžba nakon integriranja poprima oblik

$$\varepsilon_{VE}^D = K_T \left[J_0 \sigma (1 - (t/t_c))^{-(1/1+r)} + J_1 \sigma t^\gamma \cdot {}_2F_1(1, (1/1+r), 1+\gamma, (t/t_c)) \right], \quad (5)$$

gdje je ${}_2F_1$ hipergeometrijska funkcija. K_T predstavlja omjer podatljivosti prilikom rasterećenja (J_d) i podatljivosti prilikom opterećenja (J_0), koja se može prikazati kao

$$K_T(\sigma) = J_d/J_0 = 1 + k_d \langle \sigma - \sigma_{th}^D \rangle, \quad (6)$$

gdje je k_d parametar oštećenja materijala. Zanemarivanjem članova u jednadžbi (5) koji znatno ne utječu na rješenje, ova jednadžba može se pojednostaviti tako da je za slučaj puzanja predstavljena jednadžbom (7), a za slučaj rasterećenja jednadžbom (8)

$$\left(\varepsilon_{VE}^D \right)_c = K_T \left[J_0 \sigma + J_1 \sigma t^\gamma \right], \quad \text{za } 0 < t < t_0, \quad (7)$$

$$\left(\varepsilon_{VE}^D \right)_r = J_1 \sigma \cdot K_T \left[t^\gamma - (t - t_0)^\gamma \right], \quad \text{za } t > t_0. \quad (8)$$

U istom obliku spomenute jednadžbe koriste se u literaturi [10].

2.2 Viskoplastičnost

Za opisivanje viskoplastičnih deformacija korišten je model koji koriste Dasappa i Marklund sa suradnicima u radovima [3] i [6], a poznat je kao Zapas i Crissmanov viskoplastični model

$$\varepsilon_{VP} = \alpha \left\{ \int_0^t h[\sigma(\eta)] d\eta \right\} = \left\{ \int_0^t h[\sigma(\eta)] d\eta \right\}^n, \quad (9)$$

gdje je α funkcija koja ovisi o naprežanju ($h[\sigma(\eta)]$) s $h[0] = 0$ i $h[\sigma(\eta)] = C\sigma^m$).

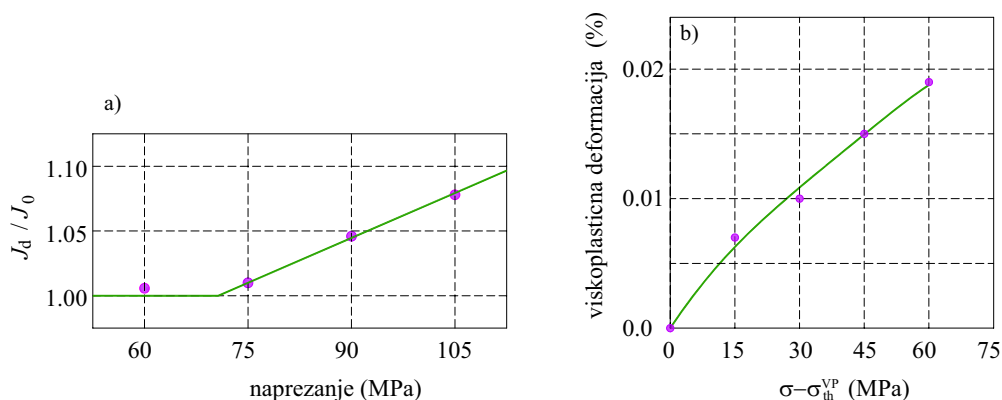
Nakon integriranja izraz (9) poprima oblik $\varepsilon_{VP} = [C(\sigma^m)t]^n$, iz čega slijedi da je viskoplastična deformacija nelinearna funkcija naprežanja i vremena. Iz analize Melnisovih eksperimentalnih rezultata [7] vidljivo je da se viskoplastične deformacije počinju akumulirati iznad određene granične vrijednosti naprežanja, σ_{th}^{VP} , tako da za slučaj puzanja odnosno rasterećenja vrijedi

$$\left(\varepsilon_{VP} \right)_c = A \cdot \langle \sigma - \sigma_{th}^{VP} \rangle^{m \cdot n} \cdot t^n, \quad \text{za } 0 < t < t_0, \quad (10)$$

$$(\varepsilon_{VP})_r = A \cdot \langle \sigma - \sigma_{th}^{VP} \rangle^{m \cdot n} \cdot t_0^n, \quad \text{za } t > t_0. \quad (11)$$

3 PARAMETRI MATERIJALA

Parametri materijala za prikazani konstitutivni model određeni su iz eksperimentalnih rezultata testova puzanja i naknadnog rasterećenja ljudskog kortikalnog koštanog tkiva prikazanih u Melnisovom radu [7]. Procedura određivanja viskoelastičnih i viskoplastičnih parametara, kao i parametara oštećenja preuzeta je iz [3] i [10]. Prvo je iz eksperimentalnih podataka dobivena trajna deformacija u periodu rasterećenja koji je trajao pet puta dulje od perioda puzanja $\varepsilon_{VP}(6t_0)$. Nakon toga je od krivulje rasterećenja oduzeta prethodno određena trajna deformacija, $\varepsilon_r(t) - \varepsilon_{VP}(6t_0)$, što je omogućilo određivanje viskoelastičnih parametara J_1 i γ . Oduzimanjem krivulje rasterećenja od vrijednosti deformacije puzanja na kraju perioda puzanja, $\varepsilon_R(t) = \varepsilon_c(t_0) - \varepsilon_r(t)$, dobiva se krivulja puzanja gdje su eliminirane viskoplastične deformacije. Na osnovu te krivulje određena je preostala viskoelastična konstanta J_0 . Dijagrami potrebni za određivanje parametara oštećenja i viskoplastičnih parametara prikazani su na slici 2, dok su u tablici 1 dani svi parametri materijala određeni iz eksperimentalnih rezultata [7].

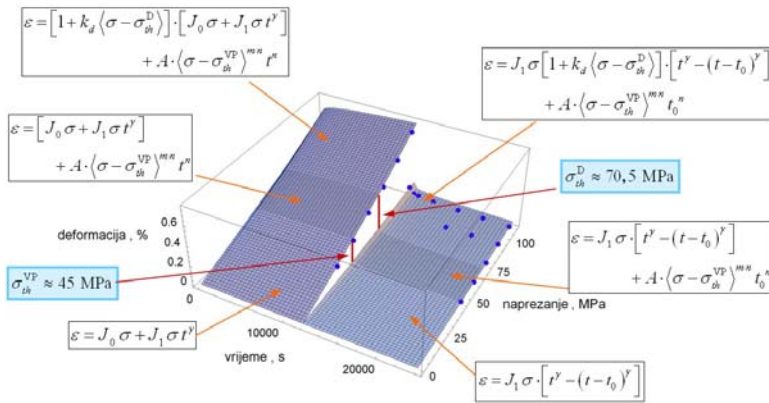


Sl. 2. Aproximacija eksperimentalnih rezultata [7] za određivanje parametara materijala za: a) oštećenje – jednačba (6), b) viskoplastičnost – jednačba (11).

Tablica 1. Parametri materijala određeni iz eksperimentalnih rezultata [7].

Parametri	Oznaka	Iznos	Jedinica	R ²
viskoelastičnosti	J_0	$5,2217 \cdot 10^{-5}$	MPa ⁻¹	0,98651
	J_1	$8,61449 \cdot 10^{-7}$	MPa ⁻¹ ·sec ^{-γ}	
	γ	0,27124	-	0,94219
oštećenja	k_d	0,002314	-	0,99651
viskoplastičnosti	A	$6,54007 \cdot 10^{-9}$	MPa ^{-$m \cdot n$} ·sec ^{-n}	0,95371
	m	1,05615	-	
	n	0,74835	-	

Ako parametre materijala prikazane u tablici 1 uvrstimo u jednačbe (7), (8), (10) i (11) dobiva se deformacija puzanja u ovisnosti o naprezanju i vremenu koja je grafički prikazana na slici 3. Na ovoj slici prikazane su i eksperimentalne vrijednosti iz [7].



Sl. 3. Deformacija puzanja i rasterećenja u ovisnosti o naprezanju i vremenu.

4 NUMERIČKA FORMULACIJA I REZULTATI

Za integriranje jednadžbi konstitutivnog modela korištena je implicitna integracijska shema. Obnovljene vrijednosti varijabli stanja $\sigma(t_n + \Delta t)$ i $\varepsilon(t_n + \Delta t)$ na kraju vremenskog koraka $(t_n + \Delta t)$ određuju se za dani prirast deformacije $\Delta\varepsilon(t_n)$ u trenutku t_n . Za to je potrebno prethodno izvedene konstitutivne jednadžbe primjenom metode konačnih razlika zapisati u slijedećem inkrementalnom obliku

$$\varepsilon = \left[1 + k_d \langle \sigma - \sigma_{th}^D + \Delta\sigma \rangle \right] \left[J_0 + J_1 (t + \Delta t)^\gamma \right] (\sigma + \Delta\sigma) + A \cdot \langle \sigma - \sigma_{th}^{VP} + \Delta\sigma \rangle^{m-n} \cdot (t + \Delta t)^n - \Delta\varepsilon, \quad \text{za } 0 < t < t_0, \quad (12)$$

$$\varepsilon = J_1 \left[1 + k_d \langle \sigma - \sigma_{th}^D + \Delta\sigma \rangle \right] \left[(t + \Delta t)^\gamma - (t + \Delta t - t_0)^\gamma \right] (\sigma + \Delta\sigma) + A \cdot \langle \sigma - \sigma_{th}^{VP} + \Delta\sigma \rangle^{m-n} \cdot (t_0)^n - \Delta\varepsilon, \quad \text{za } t > t_0. \quad (13)$$

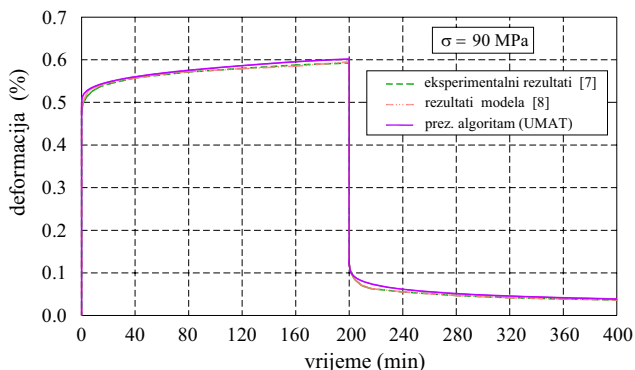
Za izračunavanje nepoznatih varijabli iz prethodne dvije nelinearne jednadžbe primjenjuje se Newton-Raphsonov iterativni postupak. Izvedeni algoritam implementiran je na razini materijalne točke u programski paket za analizu konačnim elementima ABAQUS/Standard [1] pomoću korisničke rutine UMAT.

Za provjeru točnosti izvedenog algoritma provedena je simulacija puzanja s naknadnim rasterećenjem primjenom jednog jednoosnog konačnog elementa. Ovdje je prvo dodjeljeno vlačno opterećenje za koje je pripadna deformacija u trenutku $t=0$ dobivena iz elastične analize. Nakon toga, opterećenje je držano konstantnim te je uslijedila vremenski ovisna analiza puzanja. U trenutku $t_0=200$ min modelirano je elastično rasterećenje nakon kojeg je analizirana relaksacija od puzanja. Na slici 4 prikazana je usporedba ovisnosti deformacije o vremenu između prezentiranog rada, objavljenih eksperimenata [7] i numeričkog rješenja [8] pri naprezanju od 90 MPa.

5 ZAKLJUČAK

Predložen je novi jednodimenzijski konstitutivni model za modeliranje viskoelastičnosti i viskoplastičnosti spregnutih s akumuliranjem oštećenja za opisivanje procesa deformiranja kortikalnoga koštanoga tkiva za slučaj puzanja i rasterećenja.

Pritom su parametri materijala konstitutivnog modela određeni iz eksperimentalnih podataka iz literature [7]. Za integraciju konstitutivnog modela izveden je numerički algoritam čija je točnost testirana usporedbom dobivenih rješenja s eksperimentalnim [7] i numeričkim [8] rezultatima iz literature.



Sl. 4. Usporedba ovisnosti deformacije o vremenu između prezentiranog rada, objavljenih eksperimenata [7] i numeričkog rješenja [8] pri naprežanju od 90 MPa

Literatura:

- [1] ABAQUS/Standard, “User's guide and theoretical manual”, Version 6.9, Hibbitt, Karlsson & Serensen, Inc., 2009.
- [2] Abdel-Tawab, K. i Weitsman, Y.J., “A coupled viscoelasticity/damage model with application to swirl-mat composites”, Contract technical report, The University of Tennessee, 1997.
- [3] Dasappa, P., Lee-Sullivan, P. i Xiao, X., “Development of viscoplastic strains during creep in continuous fibre GMT composites”, Composites:Part B, Vol.41, 2010, str. 48-57.
- [4] Fondrk, M., Bahniuk, E., Davy, D.T. i Michaels, C. “Some viscoplastic characteristics of bovine and human cortical bone”, J. Biomechanics, Vol. 21, No 8, 1988, str. 623-630.
- [5] Lovrenic-Jugovic, M., Tonkovic, Z. i Skozrit, I., “Numerical modelling of viscoelastic/damage behaviour of cortical bone”, Key Engineering Materials, Vol.417-418, 2010, str. 273-276.
- [6] Marklund, E., Varna, J., i Wallstram, L., “Nonlinear viscoelasticity and viscoplasticity of flax/polypropylene composites”, Journal of Engineering Materials and Technology, Transactions of the ASME, Vol.128 No.4, 2006, str. 527-536.
- [7] Melnis, A.E., Knets, I.V. i Moorlat, P.A., “Deformation behavior of human compact bone tissue upon creep under tensile testing”, Mechanics of Composite Materials, Vol.15, 1980, str. 574-579.
- [8] Natali, A.N., Carniel, E.L. i Pavan, P.G., “Constitutive modelling of inelastic behaviour of cortical bone”, Medical Engineering & Physics, Vol.30, No.7, 2008, str. 905-912.
- [9] Parsamian, G.P. “Damage mechanics of human cortical bone”, Ph.D.Thesis, West Virginia University 2001.
- [10] Smith, L.V. i Weitsman, Y.J., “The visco-damage mechanical response of swirl-mat composites”, International Journal of Fracture Vol. 97, 1999, str. 301-319.

Autori:

Martina Lovrenić-Jugović, tel. +385 1 61 68 514, e-mail: martina.lovrenic@fsb.hr ,
 Zdenko Tonković, tel. +385 1 61 68 450, e-mail: ztonkov@fsb.hr ,
 Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za tehničku mehaniku, Ivana Lučića 5, 10000 Zagreb, web stranica: <http://www.fsb.hr/lnm>

KOLJENASTI NOSAČ OD LIJEPLJENOG LAMELIRANOG DRVA

Lozančić, S., Takač, S., Bošnjak-Klečina, M.

Sažetak: U radu je pokazana analiza drvenog lameliranog nosača izlomljenog oblika osi (koljenasti nosač), izloženog savijanju, gdje je kriterij otkazivanja nosivosti uslijed vlačnih naprezanja okomito na pravac vlakana. Isti su posljedica momenata savijanja, vlaknaste strukture drva i ortotropnih mehaničkih svojstava drva. Prikazana je numerička analiza naprezanja nosača ravninskim modelom diskretiziranim konačnim elementima, mjesto otkazivanja nosača, te utjecaj rubnih uvjeta na veličinu opterećenja pri kojoj otkazuje ovaj nosač. Linijski proračunski model ne bi mogao predvidjeti naprezanja okomito na pravac vlakana. Isti se najčešće koristi u praksi i zanemaruje ova naprezanja.

Ključne riječi: Lamelirani nosač, vlačno naprezanje okomito na vlakna, numerička analiza

1 UVOD

Drvo kao građevinski materijal je prirodni materijal sa svim prednostima „neumjetnih smjesa“, ali i sa ograničenjima svojstava materijala uzrokovanih prirodnim rastom koja ne možemo mijenjati, odnosno dijelom možemo-selekcijom i ugradnjom kvalitetnog drva kod lijepljenog lameliranog drva. Kada bi ga definirali s mehaničkog gledišta izrazito je ortotropan materijal, sa različitim elastomehaničkim svojstvima u pravcima biološki osi drva. Izrazito je vlaknaste građe i najbolje podnosi opterećenja u pravcu vlakana, a najlošije u pravcu okomito na pravac vlakana. Vlačna čvrstoća okomito na pravac vlakana je 70-120 puta manja od vlačne čvrstoće u pravcu vlakana, a tlačna čvrstoća okomito na vlakna manja je do 8 puta od tlačna čvrstoće u pravcu vlakana.

U drvenim konstruktivnim elementima iz lijepljenog lameliranog drveta naprezanja okomito na pravac vlakana kod nekih oblika nosača (zakrivljeni, trapezni) posljedica su baznih utjecaja. Od momenta savijanja nastaju savojna naprezanja i naprezanja okomito na pravac vlakana. Od uzdužne sile nastaju tlačna ili vlačna naprezanja u pravcu vlakana ali i naprezanja okomito na pravac vlakana.

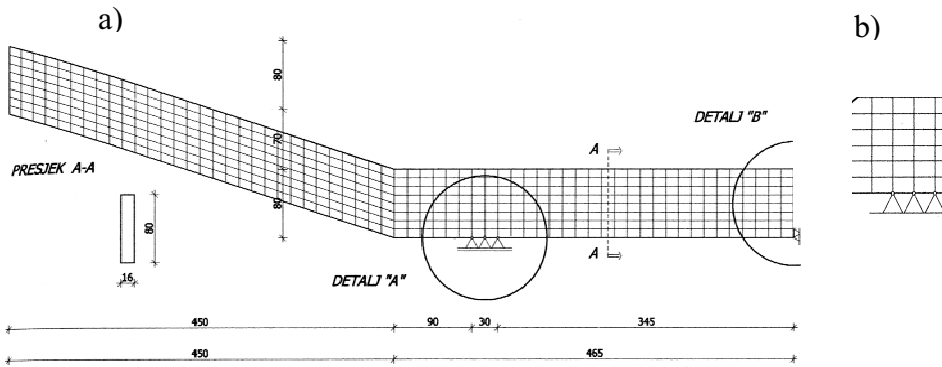
Kod dimenzioniranja nosača u praksi najčešće se radi sa linijskim proračunskim modelima, koji su dosta dobri i primjenjivi u praksi. Međutim ovi modeli nemaju dobru preglednost naprezanja okomito na pravac vlakana koji su često uzrok otkazivanja sustava prema kriteriju graničnog stanja nosivosti.

Iz toga razloga bolji su plošni numerički modeli diskretizirani mrežom konačnih elemenata, koji daju bolji uvid u stanje naprezanja po cijeloj visini nosača. Upotreba istih u praksi je rijetka.

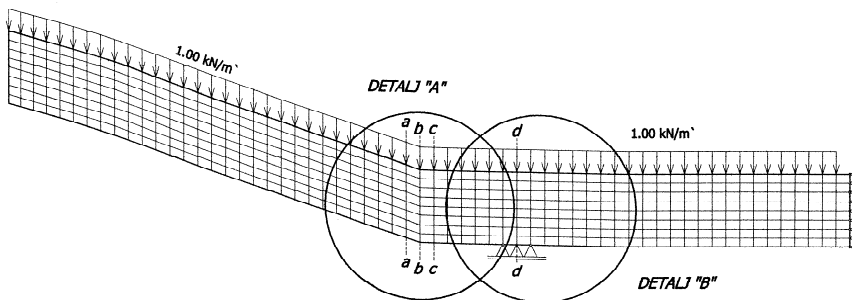
U radu je pokazana numerička analiza drvenog lameliranog nosača izlomljenog oblika osi (koljenasti nosač), izloženog savijanju, gdje je kriterij otkazivanja nosivosti uslijed vlačnih naprezanja okomito na pravac vlakana.

2 DEFINICIJA PROBLEMA

Analiziran je krovni nosač izlomljenog oblika osi, izveden od ljepljenog lameliranog drva klase GL 32 h, ukupne duljine 9 m, sa lomom na pola raspona, kut loma je 18.43° .



Slika 1: a) Model 1 diskretiziranog nosača sa geometrijom nosača i rubnim uvjetima
b) Model 2 promjena detalja A-oslonca u globno nepomični ležaj



Slika 2: Početno opterećenje sustava i karakteristični presjeci u kojima prikazana raspodjela naprezanja

Analizirana su dva tipa statičkog sustava, statički određen i jedan puta statički neodređen sustav, zamijenom pomičnog ležaja nepomičnim. Detalj A (slika 1a) prikazuje zglobno pomični ležaj modela 1, a detalj A (slika 1b) zglobno nepomični ležaj modela 2. Prikazani način postavljanja ležaja je simulacija stupa (širine 30 cm) na koji se oslanja ovaj nosač.

Isto je rađeno u svrhu analize utjecaja rubnih uvjeta na nosivost sustava. Poprečni presjek nosača je 16/80 cm.

Opterećenje na nosaču je jednoliko podijeljeno, cijelom duljinom nosača koje pokriva sve slučajeve stvarnog dijelovanja na ovakve nosače (stalno opterećenje; snijeg i vjetar). Opterećenje je iterativno povećavano za $0,50 \text{ kN/m}^2$ od početne vrijednosti $1,0 \text{ kN/m}^2$ do postizanja graničnih naprezanja okomito na pravac vlakana, rezultati su pokazani za granično opterećenje. Numerička analiza je rađena programom SAP 2000.

Otkazivanje nosivosti nosača se događa na kritičnom mjestu loma nosača.

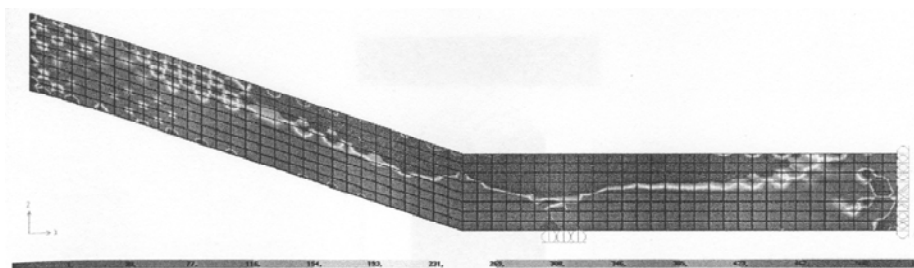
3 REZULTATI PRORAČUNA

3.1 Rezultati proračuna -Model 1

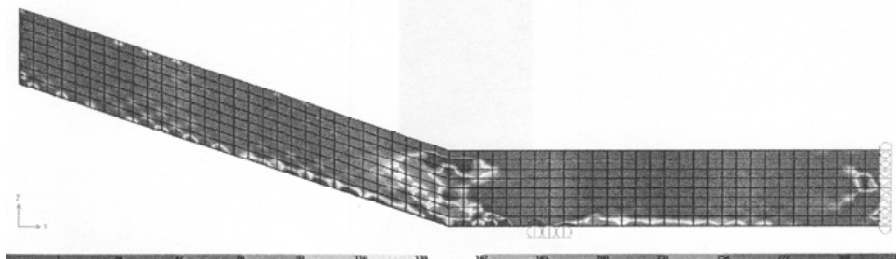
Model 1 je statički određen nosač, sa horizontalno pomičnim ležajem postavljenim u blizini loma nosača i zglobno nepomičnim ležajem na desnom kraju. Nosač je diskretiziran konačnim elementima tipa shell, pravokutnog oblika, omjera stranica $b/h=15/10$ cm, vodeći računa o smjeru glavnih osi u pravcu vlakana, odnosno pravcu lijepljena lamela drveta.

Kritično jednoliko podijeljeno opterećenje je 5 kN/m' (provedeno je nekoliko iteracija). Pri tome opterećenju dostignuta su krajnja vlačna naprezanja okomito na pravac vlakana u presjeku b-b nosača na mjestu loma (slika 2), prikaz naprezanja dan na slici 6.

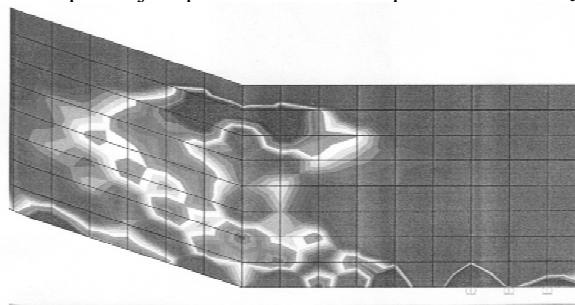
Naprezanja u pravcu vlakana su znatno manja od karakteristične vrijednosti naprezanja za ovu klasu drveta ($f_{c,0,max}=9,0 \text{ N/mm}^2 < f_{c,0,k}=29 \text{ N/mm}^2$; $f_{t,0,max}=3,52 \text{ N/mm}^2 < f_{t,0,k}=22,50 \text{ N/mm}^2$). Raspodjela naprezanja u pravcu vlakana i okomito na pravac vlakana dana su na slikama 3, 4 i 5.



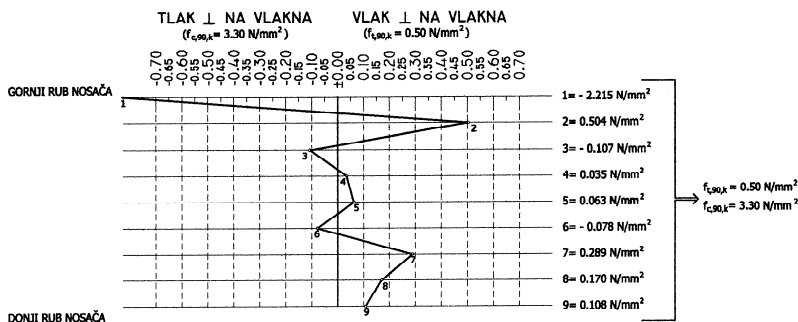
Slika 3: Naprezanja u pravcu vlakana $f_{c,0}$; $f_{t,0}$



Slika 4: Naprezanja u pravcu okomito na pravac vlakana $f_{c,90}$; $f_{t,90}$



Slika 5: Detalj raspodjele naprezanja u pravcu okomito na pravac vlakana u „koljenu“ nosača



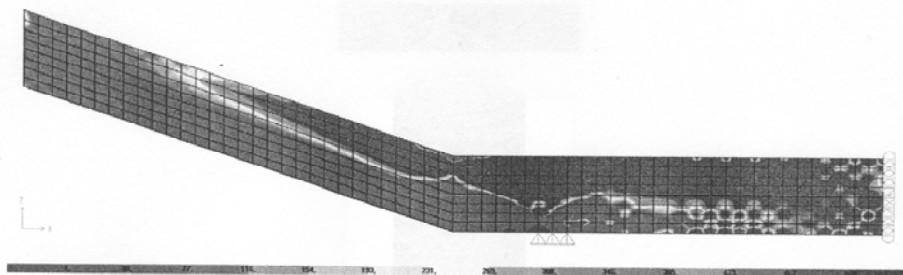
Slika 6: Naprezanja okomito na pravac vlakana u kritičnom presjeku b-b

3.2 Rezultati proračuna -Model 2

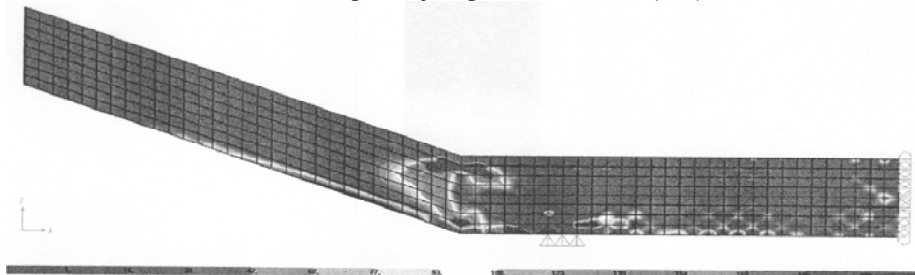
Model 2 je statički neodređen nosač (1 puta), sa horizontalno nepomičnim ležajem postavljenim u blizini loma nosača i zglobo nepomičnim ležajem na desnom kraju. Nosač je diskretiziran konačnim elementima tipa shell, pravokutnog oblika, omjera stranica $b/h=15/10$ cm, vodeći računa o smjeru glavnih osi u pravcu vlakana.

Kritično jednoliko podijeljeno opterećenje je $4,5 \text{ kN/m}$ (provedeno je nekoliko iteracija). Pri tome opterećenju dostignuta su krajnja vlačna naprezanja okomito na pravac vlakana u presjeku nosača na mjestu blizu loma, u presjecima a-a i c-c (slika 2), prikaz naprezanja dan na slici 9.

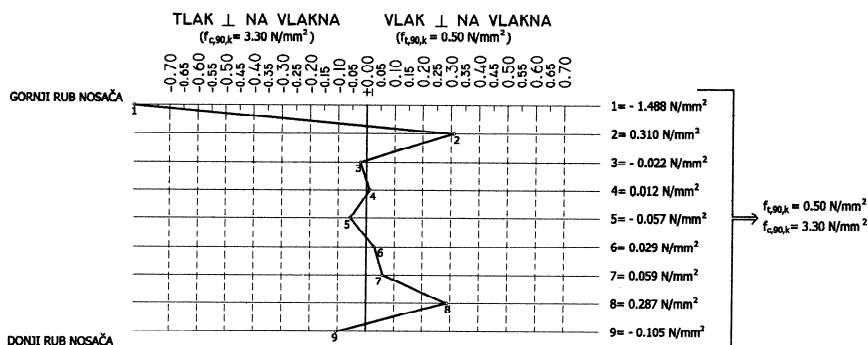
Naprezanja u pravcu vlakana su znatno manja od karakteristične vrijednosti naprezanja za ovu vrstu drveta ($f_{c,0,max} = 3,34 \text{ N/mm}^2 < f_{c,0,k} = 29 \text{ N/mm}^2$; $f_{t,0,max} = 2,16 \text{ N/mm}^2 < f_{c,0,k} = 22,50 \text{ N/mm}^2$), što je vidljivo na slici 10. Raspodjela naprezanja u pravcu vlakana i okomito na pravac vlakana dana su na slikama 7 i 8.



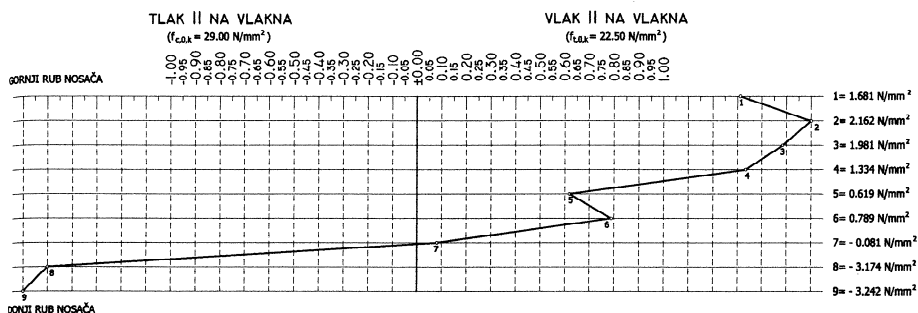
Slika 7: Naprezanja u pravcu vlakana $f_{c,0}$; $f_{t,0}$



Slika 8: Naprezanja u pravcu okomito na pravac vlakana $f_{c,90}$; $f_{t,90}$



Slika 9: Naprezanja okomito na pravac vlakana u kritičnom presjeku a-a i c-c



Slika 10: Naprezanja u pravcu vlakana u presjeku iznad oslonca

4 ZAKLJUČAK

Kod projektiranja i dimenzioniranja konstrukcija od drveta, nužno je voditi računa o pravcu djelovanja opterećenja na pravac vlakana jer je otpornost drveta različita u smjeru vlakana i pod kutem na vlakna. Kod nosača sa kosim ivicama, zakrivljenih nosača i koljenastih nosača od momenata savijanja i uzdužnih sila osim savojnih naprezanja i normalnih naprezanja nastaju i naprezanja okomito na pravac vlakana-tlačna i vlačna i ne smije ih se zanemariti. Ta naprezanja znaju često prouzročiti otkazivanje sustava i pri niskim vrijednostima ostalih naprezanja na nosaču.

Pokazalo se da se često u praksi treba služiti složenijim numeričkim modelima radi dobivanja boljih rezultata u predviđanju ponašanja konstrukcija.

Potvrdilo se da način oslanjanja nosača, odnosno rubni uvjeti, utječu na nosivost elemenata kao i na raspodjelu naprezanja, mjesto otkazivanja u ova dva modela se ne podudara. U modelu 1 kritično mjesto je u presjeku b-b, a u modelu 2 kritična mjesta su presjeci a-a i c-c.

Literatura:

- [1] Bjelanović, A., Rajčić, V., "Drvene konstrukcije prema Europskim normama", Hrvatska Sveučilišna naklada, Zagreb, 2005.
- [2] Götz, K., Hoor, D., Möhler, K., Natterer, J., "Holzbau Atlas", Institut für Internationale Architektur-Dokumentation GmbH, München, 1980.
- [3] Kujundžić, V., "Oblikovanje struktura u lepljenom lameliranom drvetu", IRO Građevinska knjiga "Beograd, 1983.

[4] SAP 2000, Integrated software for structural analysis&design, Manuals

[5]Takač,S., “Novi koncept sigurnosti drvenih konstrukcija”,Građevinski fakultet Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, 1997.

Autori:

Silva Lozančić, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Građevinski fakultet Osijek, Zavod za tehničku mehaniku, Drinska 16a, Osijek, tel. 031 274377, fax. 031 274444 , e-mail: lozancic@gfos.hr, web stranica: www.gfos.hr.

Stjepan Takač, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Građevinski fakultet Osijek, Zavod za materijale i konstrukcije, Drinska 16a, Osijek, tel. 031274377, fax. 031 274444 , e-mail: stakac@gfos.hr, web stranica: www.gfos.hr itd.

Mirjana Bošnjak-Klečina, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Građevinski fakultet Osijek, Zavod za tehničku mehaniku, Drinska 16a, Osijek, tel. 031 274377, fax. 031 274444 , e-mail: mbosnjak@gfos.hr, web stranica: www.gfos.hr

ANALIZA AERODINAMIČKIH KARAKTERISTIKA AEROPROFILA S NAKUPINOM LEDA

Majić, F., Petrovčić, M., Virag, Z.

Sažetak: U ovome radu provedeni su numerički proračuni za dvodimenzionalno strujanje oko aeroprofila NACA23012 s naslagom i bez naslage leda. Ti rezultati uspoređeni su s eksperimentalno dobivenim podacima [1]. Analizirani su koeficijent sile uzgona i koeficijent momenta za točku na četvrtini tetive. Numerički proračuni provedeni su u programskom paketu Fluent.

Ključne riječi: aeroprofil, nakupina leda, koeficijent uzgona, koeficijent momenta

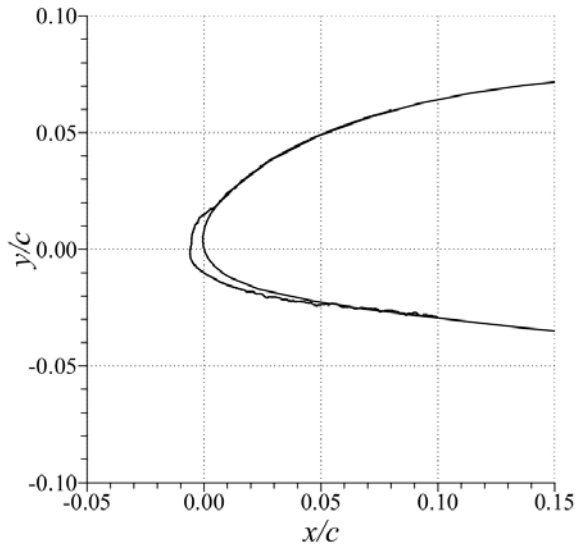
1 UVOD

Nakupljanje leda na aerodinamičkim površinama zrakoplova značajno narušava projektne performanse zrakoplova. Zrakoplov može nakupljati led na aerodinamičkim površinama prilikom leta kroz oblake pothlađenih vodenih kapljica. Veličina i oblik nakupina leda na nezaštićenim aerodinamičkim površinama ovisi prvenstveno o brzini leta, temperaturi, veličini kapljica vode i vremena koje zrakoplov provede u uvjetima zaleđivanja. Nakupine leda mijenjaju projektni oblik aeroprofila, pa time unose i dodatne poremećaje u strujanje. Ova pojava dovodi do ranije pojave odvojenog strujanja i time uzrokuje povećanje otpora i smanjenje uzgona aerodinamičkih površina zrakoplova. To nadalje uzrokuje povećanje potrebne pogonske snage za savladavanje povećanog otpora i povećanje napadnog kuta za povećanje uzgona. Ako uvjeti zaleđivanja potraju, zrakoplov može nakupiti dovoljno leda da je bilo kakav daljnji let praktično nemoguć. Pojava sloma uzgona događa se pri mnogo manjim napadnim kutevima, a i koeficijent nagiba krivulje uzgona $c_{l_\alpha} = dc_l/d\alpha$ je mnogo manji.

Također, kod pojave zaleđivanja na kormilima, zbog smanjene efikasnosti kormila zrakoplov može nekontrolirano rotirati oko svojih osi.

2 OPIS MODELA

Postoje različite vrste leda koje se pojavljuju na krilima zrakoplova u uvjetima zaleđivanja. U ovome radu izvršeno je istraživanje samo za jednu vrstu leda. Ova vrsta leda hvata se ravnomjerno na prednjem dijelu aeroprofila. Oko napadnog brida ima glatku površinu dok na ostalom dijelu ima hrapavu površinu poput mraza. Na Sl. 1 prikazana je kontura leda na prednjem bridu ispitivanog aeroprofila NACA23012. Kontura aeroprofila s ledom očitana je iz dijagrama na Sl. 1, pa se može reći da je taj dio numeričkog proračuna najkritičniji. Na Sl. 1, x i y su koordinate uzduž i okomito na tetivu aeroprofila s ishodištem u prednjem bridu aeroprofila, dok je c duljina tetive aeroprofila.

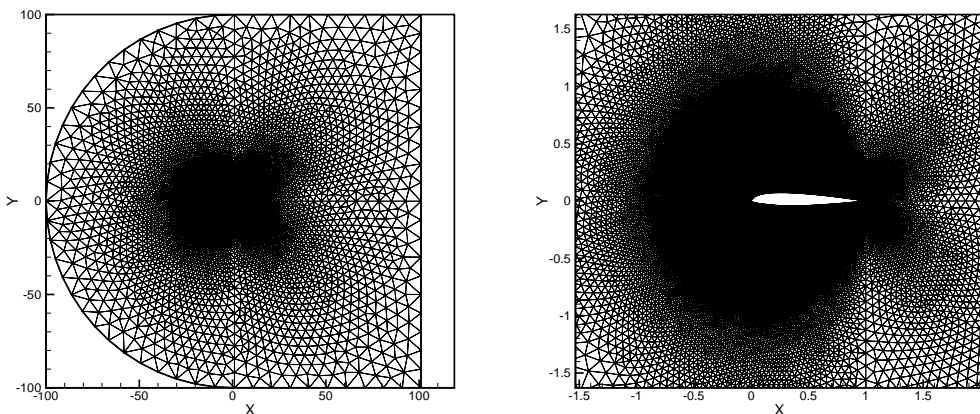


Sl. 1. Kontura leda na prednjem bridu aeroprofila NACA23012

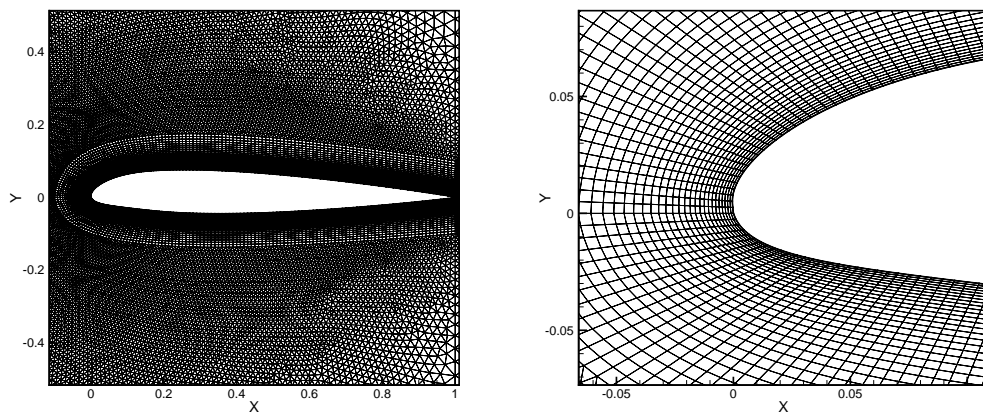
Eksperimentalni podaci su dobiveni za Reynodsov broj $Re=1.8 \cdot 10^6$ normiran s duljinom tetive aeroprofila i Machov broj $Ma=0.18$, pa su i numerički proračuni provedeni za iste uvjete strujanja.

3 RAČUNALNA MREŽA

Proveden je test osjetljivosti rješenja na finoću računalne mreže. Tim testom došlo se do zaključka da je 89857 kontrolnih volumena dovoljno dobro za rješenje numeričkog proračuna. Na Sl. 2 i Sl. 3 prikazana je računalna mreža korištena u numeričkim proračunima.



Sl. 2. Računalna mreža oko aeroprofila NACA23012



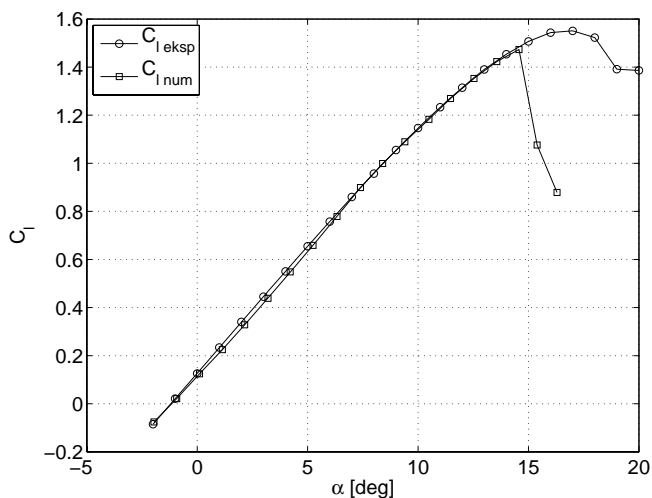
Sl. 3. Računalna mreža oko aeroprofila NACA23012

4 REZULTATI

Numerički proračuni provedeni su za konfiguraciju aeroprofila bez leda i za konfiguraciju s ledom. Rješenja za obje konfiguracije uspoređena su s eksperimentalno dobivenim podacima [1]. Numerički proračuni provedeni su RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes) rješavačem za nestlačivo strujanje s modelom turbulencije $k - \varepsilon$ (realizable verzija).

4.1 Aeroprofil bez leda

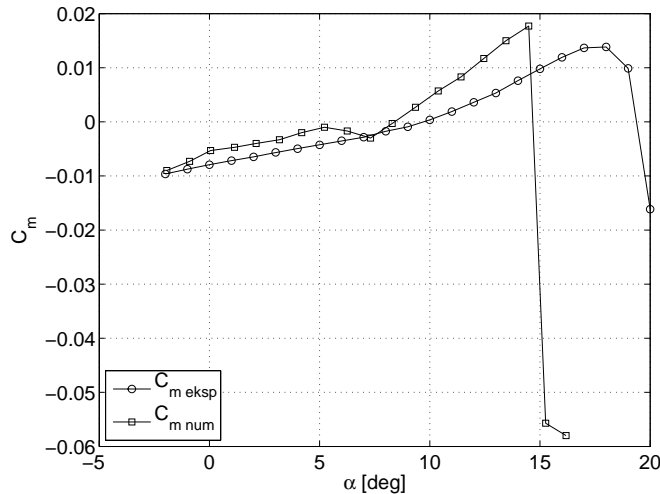
Na Sl. 4 i Sl. 5 prikazani su rezultati za konfiguraciju aeroprofila bez naslaga leda. Sl. 4 prikazuje koeficijent uzgona c_l u ovisnosti o napadnom kutu aeroprofila α , dok Sl. 5 prikazuje ovisnost koeficijenta momenta za točku na četvrtini tetive aeroprofila o napadnom kutu aeroprofila α .



Sl. 4 Koeficijent uzgona u ovisnosti o napadnom kutu za konfiguraciju bez leda, za eksperimentalne podatke (eksp) i numerički proračun (num)

Koeficijent uzgona dobiven numeričkim proračunom vrlo dobro se poklapa s vrijednostima iz eksperimenta, u području napadnih kutova gdje nema većih odvajanja. To vrijedi do napadnog kuta oko $\alpha = 15^\circ$. Nakon tog napadnog kuta, koeficijent uzgona prema eksperimentalnim podacima postiže maksimalnu vrijednost pri $\alpha = 17.5^\circ$, a zatim daljnjim povećanjem napadnog kuta postiže slom uzgona što se vidi u naglom padu koeficijenta uzgona. Proračunati koeficijent uzgona postiže maksimalni uzgon pri $\alpha = 15^\circ$ nakon čega ima slom koji je puno strmiji nego u eksperimentu.

Proračunati koeficijent momenta aeroprofila za točku na četvrtini duljine tetive ima umjereno dobro poklapanje s podacima iz eksperimenta. Proračunate vrijednosti koeficijenta momenta pokazuju veću vrijednost u odnosu na eksperimentalne podatke po većini raspona napadnih kutova. Velika razlika nastaje nakon napadnog kuta $\alpha = 15^\circ$ gdje proračunati koeficijent momenta poprima veliku negativnu vrijednost. Taj dio odgovara naglom padu uzgona, odnosno strujanju s većim vrtložnim tragom koje numerički proračun s RANS rješavačem nije uspio predvidjeti.



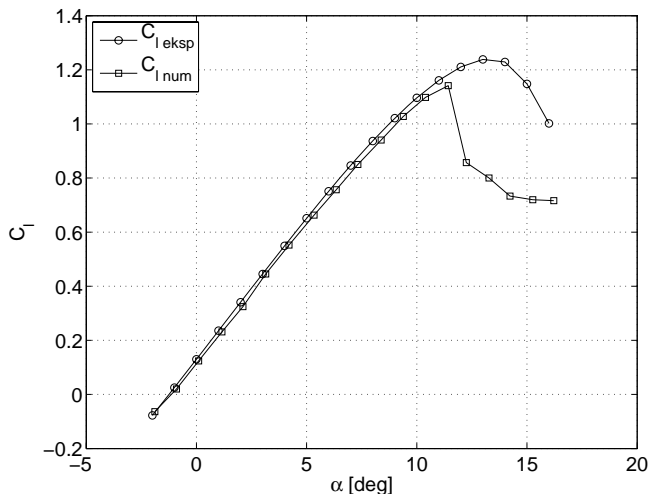
Sl. 5 Koeficijent momenta za četvrtinu tetive u ovisnosti o napadnom kutu za konfiguraciju bez leda, za eksperimentalne podatke (eksp) i numerički proračun (num)

4.2 Aeroprofil s ledom

Aeroprofil s ledom pokazao je očekivano lošije rezultate numeričkog proračuna. Na Sl. 6 i Sl. 7 prikazani su rezultati koeficijenta uzgona i koeficijenta momenta dobiveni numeričkim proračunom i eksperimentalnim mjerenjem. Koeficijent momenta proračunat je za točku na četvrtini duljine tetive aeroprofila.

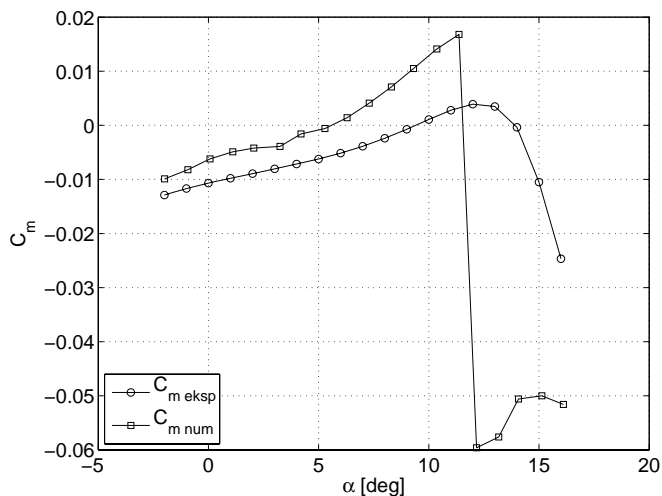
Proračunati koeficijent uzgona, prikazan na Sl. 6 pokazuje odstupanje u odnosu na eksperimentalne vrijednosti već od malih napadnih kuteva. To odstupanje povećava se povećanjem napadnog kuta aeroprofila α . Naglo povećanje razlike između proračunatih i eksperimentalnih vrijednosti događa se nakon napadnog kuta $\alpha = 11^\circ$. Događa se ista pojava kao kod konfiguracije bez leda, samo u ovom slučaju značajno

ranije. RANS rješavač s modelom turbulencije $k-\varepsilon$ nije uspio predvidjeti strujanje pri velikim napadnim kutovima gdje se pojavljuje veliki vrtložni trag.



Sl. 6 Koeficijent uzgona u ovisnosti o napadnom kutu za konfiguraciju s ledom, za eksperimentalne podatke (eksp) i numerički proračun (num)

Proračunati koeficijent momenta prikazan na Sl. 7 pokazuje također kao i koeficijent uzgona odstupanje u odnosu na eksperimentalne podatke, već od malih napadnih kuteva. To odstupanje se povećava s povećanjem napadnog kuta sve do napadnog kuta $\alpha = 11^\circ$ gdje moment naglo mijenja predznak i povećava još više razliku između proračunatog i eksperimentalno dobivenog koeficijenta momenta.



Sl. 7 Koeficijent momenta za četvrtinu tetive u ovisnosti o napadnom kutu za konfiguraciju s ledom, za eksperimentalne podatke (eksp) i numerički proračun (num)

5 ZAKLJUČAK

Pojava zadebljanja na prednjem bridu aeroprofila, zbog pojave zaleđivanja, uzrokuje ranije odvajanje strujanja i raniji slom uzgona. Promjena koeficijenta momenta ima jednaku karakteristiku s povećanjem napadnog kuta kao i koeficijent uzgona. Slom uzgona pokazuje se u naglom smanjenju koeficijenta uzgona s povećanjem napadnog kuta.

Proračunati rezultati pokazuju mnogo strmiji pad koeficijenta uzgona i momenta u odnosu na eksperimentalno dobivene vrijednosti. Kod konfiguracije s ledom, postoji veća razlika između proračunatih i eksperimentalno dobivenih vrijednosti za koeficijente uzgona i momenta u odnosu na konfiguraciju bez leda.

Kod konfiguracije bez leda je razlika proračunatih i eksperimentalno dobivenih vrijednosti mala u području napadnih kutova gdje ne postoji odvajanje strujanja. U području napadnih kutova gdje postoji odvajanje strujanja, proračunati rezultati pokazuju raniji slom uzgona u odnosu na eksperimentalno dobivene vrijednosti. Također, slom uzgona je mnogo strmiji za proračunate vrijednosti koeficijenata u odnosu na eksperimentalno dobivene vrijednosti. Slučaj aeroprofila bez leda pokazuje da RANS rješavačem s $k-\varepsilon$ modelom turbulencije nije moguće točno predvidjeti odvajanje strujanja pri velikim napadnim kutovima aeroprofila.

Literatura:

- [1] Bragg, M.B., Addy H.E., "Airfoil Ice-Accretion Aerodynamics Simulation", Technical Report TM-2008-214830, National Aeronautics and Space Administration, 2008

Autori:

Frane Majić, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za zrakoplovstvo, Ivana Lučića 5, tel. 01 6168 166, e-mail: frane.majic@fsb.hr

Matija Petrović, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Studij Zrakoplovstva

Zdravko Virag, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za energetska postrojenja, energetiku i ekologiju, Ivana Lučića 5, tel. 01 6168 137, e-mail: zdravko.virag@fsb.hr

Numeričko modeliranje prijelaza s atomističkog modela na razinu mehanike kontinuuma

Marenić, E., Sorić, J. i Tonković, Z.

Sažetak: U posljednjem desetljeću naglasak znanstvenih istraživanja u području modeliranja procesa deformiranja je na opisivanju pojava u mikro- i nanostrukтури (atomska razina) materijala. Obzirom na stanje računalne snage, veličina modela koji je moguće modelirati atomističkim pristupom vrlo je ograničena što je potaklo razvoj *multiscale* (MS) metoda, čija je svrha reproducirati rezultate atomističke simulacije ali uz smanjene računalne zahtjeve. U predloženom radu je provedena analiza greške na spoju atomističkog i kontinuurnog područja temeljnog na *bridging domain* metodi.

Ključne riječi: molekularna dinamika/mehanika, nanomehanika, multiscale, atomističke metode, bridging domain metoda, nefizikalne sile (*ghost sile*).

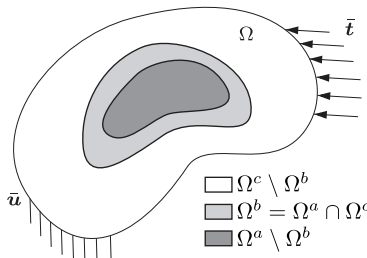
1 Uvod

Lom materijala složen je proces i vrlo često uključuje fenomene koji se simultano odvijaju na različitim skalama. U principu se na nanoskali radi o pucanju kemijske veze u vršku pukotine. Taj fenomen ne može se opisati alatima mehanike kontinuuma, već se za takvu primjenu koriste atomističke (molekularne) metode od kojih je najpoznatija molekularna dinamika (MD). Kako danas računalni resursi predstavljaju osnovno ograničenje, atomistička simulacija može se provesti samo na relativno malom području u odnosu na veličinu promatrane strukture. Dakle, MD se koristi samo za analizu lokalizirane zone konstrukcije u kojoj postoji potreba za nano rezolucijom i gdje je deformiranje nehomogeno. Ostatak područja modelira se kao kontinuum na kojem se zadaju rubni uvjeti. Dva različita matematička modela MD i mehanika kontinuuma (odnosno metoda konačnih elemenata kao diskretna aproksimacija) se spajaju i simulacija se provodi simultano (konkurentni *multiscale* (MS) pristup). Svrha ovakvog pristupa je reproducirati rezultate atomističke simulacije uz smanjene računalne zahtjeve zbog čega je razvijen velik broj konkurentnih *multiscale* metoda čiji je pregled dan u [3, 7–9].

U ovom radu korištena je *bridging domain* (BD) metoda [2, 6, 10]. Teorijske osnove i način spajanja opisan je u poglavlju 2. Potom je u poglavlju 3 prikazan spoj lanca atoma s lancem konačnih elemenata temeljen na BD metodi te je provedena analiza grešaka koje se pri predloženom spajanju javljaju. Atomska interakcija opisana je harmonijskim potencijalom s nelokalnom interakcijom što, zbog nekompatibilnosti matematičkih modela, izaziva nefizikalni efekt poznat pod nazivom *ghost forces* (GF). Isto tako analiza pokazuje kako nelokalna interakcija uzrokuje greške na rubu atomističkog područja. Na kraju je dan zaključak i, obzirom da se radi o istraživanju koje je u tijeku, kratak osvrt na buduća istraživanja i primjenu BD metode za nano podmodeliranje.

2 O BD metodi. Jednadžbe i strategija spajanja

BD metoda varijanta je općeg pristupa spajanja različitih modela koji se temelji na miješanju energijskog funkcionala u preklopu područja (Ω^b) poznatog kao Arlequinova metoda [1, 4]. Ovakav način spajanja u biti je dekompozicijska metoda sa djelomičnim preklapom (*overlapping domain decomposition method*) [5] koja se još naziva i *handshake* metodom). Na Sl. 1 shematski je prikazan spojeni sustav



Sl. 1. Shematski prikaz BD modela.

sa zadanim opterećenjem $\bar{\mathbf{t}}$ (na dijelu površine $\partial_t\Omega$), odnosno pomakom $\bar{\mathbf{u}}$ (na komplementarnom dijelu površine $\partial_u\Omega$), pri čemu gornji indeksi c (kontinuum), a (atomistički) i b (preklop) označavaju odgovarajuće varijable. Ukupna energija spojenog sustava izražena je sa

$$E_{tot,w} = E_w^c(\mathbf{u}) + E_w^a(\mathbf{d}) - E^{ext}(\mathbf{u}, \mathbf{d}), \quad (1)$$

gdje su \mathbf{u} i \mathbf{d} vektori pomaka. E_w^c , E_w^a označavaju unutarnju energiju kontinuumskog, odnosno atomističkog dijela

$$E_w^c(\mathbf{u}) = \int_{\Omega_0^c} w^c(\mathbf{X}) W(\mathbf{F}(\mathbf{u})) d\Omega_0^c, \quad E_w^a(\mathbf{d}) = \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta \in \Omega_0^a} w^a V_{\alpha\beta}, \quad (2)$$

a E^{ext} je rad vanjskih sila. U gornjim izrazima W označava gustoću energije deformiranja, a $V_{\alpha\beta}$ opisuje atomsku interakciju (indeksi α i β se odnose na parove atoma). Miješanje energijskih utjecaja vrši se funkcijama skaliranja w^c i w^a u izrazima (2), koje su definirane tako da je njihov zbroj u zoni preklopa jednak jedinici (*partition of unity* princip):

$$\begin{aligned} w^c(\mathbf{X}) &= 1 \quad \text{za } \mathbf{X} \in \Omega_0^c \setminus \Omega_0^b, \\ w^a(\mathbf{X}) &= 1 \quad \text{za } \mathbf{X} \in \Omega_0^a \setminus \Omega_0^b, \\ w^c(\mathbf{X}) + w^a(\mathbf{X}) &= 1 \quad \text{za } \mathbf{X} \in \Omega_0^b. \end{aligned} \quad (3)$$

2.1 Spoj dvaju modela

Spoj atomističkog i kontinuumskog modela ostvaruje se izjednačavanjem pomaka u zoni preklopa $\mathbf{u}(\mathbf{X} = \mathbf{X}_\alpha) = \mathbf{d}_\alpha$, $\forall \alpha \in \Omega_0^b$. Kompatibilnost pomaka nameće

se pomoću Lagrangeovih multiplikatora $\boldsymbol{\lambda}$ što rezultira energijskim funkcionalom [11]

$$W_L = E_{tot,w} + \sum_{\alpha \in \Omega_0^b} \int_{\Omega_0^b} \boldsymbol{\lambda}(\mathbf{X}) \cdot [\mathbf{u}(\mathbf{X}) - \mathbf{d}_\alpha] \delta(\mathbf{X} - \mathbf{X}_\alpha) d\Omega_0, \quad (4)$$

gdje je $\delta(\mathbf{X} - \mathbf{X}_\alpha)$ Diracova funkcija. Ovakav spoj stvara velik broj dodatnih nepoznanica pa se često rabe numerički učinkovitiji načini spajanja kao što su *augmented* Lagrangeova metoda [2] i kaznena metoda.

2.2 Numerička implementacija

Polje pomaka u Ω^c i polje multiplikatora u Ω^b aproksimira se funkcijama oblika na sljedeći način

$$\mathbf{u}(\mathbf{X}) = \sum_{I \in \mathcal{S}} N_I(\mathbf{X}) \mathbf{u}_I, \quad \boldsymbol{\lambda}(\mathbf{X}) = \sum_{K \in \mathcal{S}^\lambda} N_K^\lambda(\mathbf{X}) \hat{\lambda}_K, \quad (5)$$

gdje su $\hat{\lambda}_K$ i \mathbf{u}_I čvorne vrijednosti, \mathcal{S} skup svih čvorova konačnih elemenata, a \mathcal{S}^λ skup svih λ -čvorova. Ravnotežna konfiguracija određuje se iz uvjeta stacionarnosti funkcionala (4). Izjednačavajući derivacije W_L po \mathbf{u}_I , \mathbf{d}_I i $\hat{\lambda}_I$ sa nulom, dobivamo jednadžbe ravnoteže:

$$\begin{aligned} \frac{\partial W_L}{\partial \mathbf{u}_I} &= \frac{\partial E_w^c}{\partial \mathbf{u}_I} - \frac{\partial E_w^{ext}}{\partial \mathbf{u}_I} + \frac{\partial G}{\partial \mathbf{u}_I} = 0 & \forall I \in \mathcal{S}, \\ \frac{\partial W_L}{\partial \mathbf{d}_I} &= \frac{\partial E_w^a}{\partial \mathbf{d}_I} - \frac{\partial E_w^{ext}}{\partial \mathbf{d}_I} + \frac{\partial G}{\partial \mathbf{d}_I} = 0 & \forall I \in \mathcal{M}, \\ \frac{\partial W_L}{\partial \hat{\lambda}_I} &= \frac{\partial G}{\partial \hat{\lambda}_I} = 0 & \forall I \in \mathcal{S}^\lambda. \end{aligned} \quad (6)$$

Ovdje se \mathcal{M} odnosi na skup svih atoma.

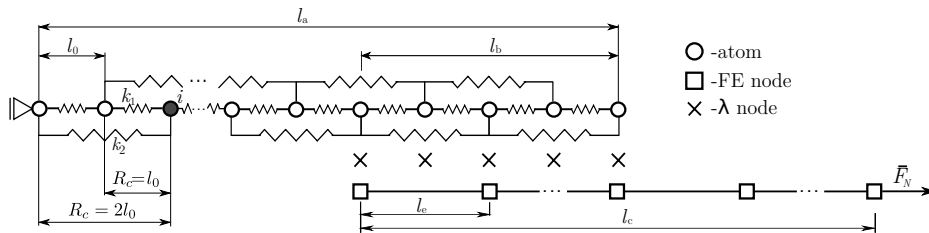
3 1D numerički primjer i analiza greške

Za numerički primjer (Sl.2) krutosti opruga (koje predstavljaju atomske veze) su $k_1 = k_2 = 1$, sila koja djeluje na posljednji čvor je $\bar{F}_N = 1$, a konstanta atomske rešetke je $l_0 = 1$. Ostali zadani parametri su kako slijedi $l_b = 16l_0$, $l_e = 16l_0$, $l_a = 80l_0$, $l_c = 64l_0$. Atomska interakcija (prikazana oprugama k_1 - prvi susjed i k_2 - drugi susjed) određena je nelokalnim harmonijskim potencijalom, dok je za područje kontinuuma odabran linearno elastični model. Energija atoma, $\forall i \in \Omega^a$, je

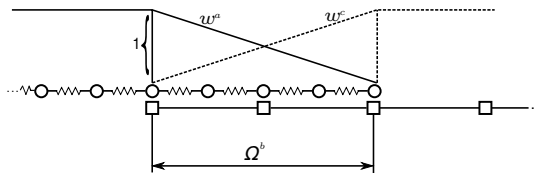
$$E_{w,i}^a = w_i \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} k_1 (d_i - d_{i-1})^2 + \frac{1}{2} k_1 (d_{i+1} - d_i)^2 + \frac{1}{2} k_2 (d_i - d_{i-2})^2 + \frac{1}{2} k_2 (d_{i+2} - d_i)^2 \right], \quad (7)$$

dok je energija elementa, $\forall i \in \Omega^c$,

$$E_i^c = \frac{1}{2} k_c (u_i - u_{i-1})^2 = \frac{1}{2} \frac{l_0}{l_e} (k_1 + 4k_2) (u_i - u_{i-1})^2. \quad (8)$$



Sl. 2. Shema 1D MS modela, gdje se duljine l_a, l_c i l_b odnose na domene Ω^a, Ω^c i $\Omega^b = \Omega^a \cap \Omega^c$.

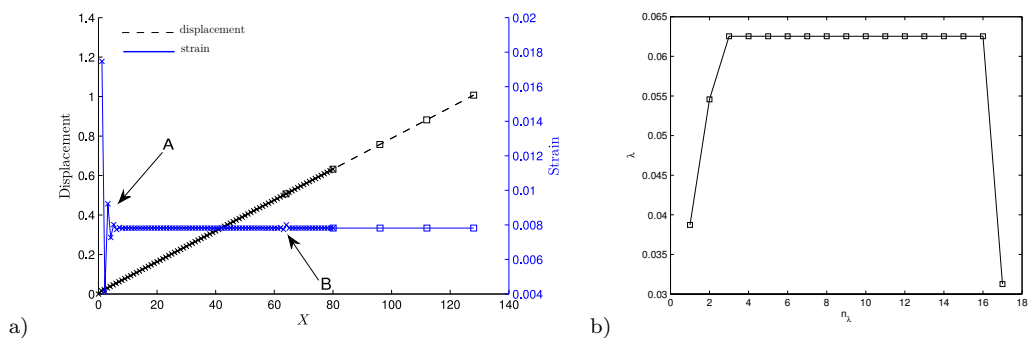


Sl. 3. Linearne funkcije skaliranja u domeni preklopa Ω^b na 1D modelu.

Funkcije skaliranja linearno se mijenjaju od 1 do 0 u Ω^b prema Sl. 3. Deformacije za atomističko područje i područje kontinuuma definirane su sljedećim izrazima

$$\varepsilon_i = \frac{u_i - u_{i-1}}{l_e}, \quad \forall i \in \Omega^c, \quad \varepsilon_i^a = \frac{d_i - d_{i-1}}{l_0}, \quad \forall i \in \Omega^a. \quad (9)$$

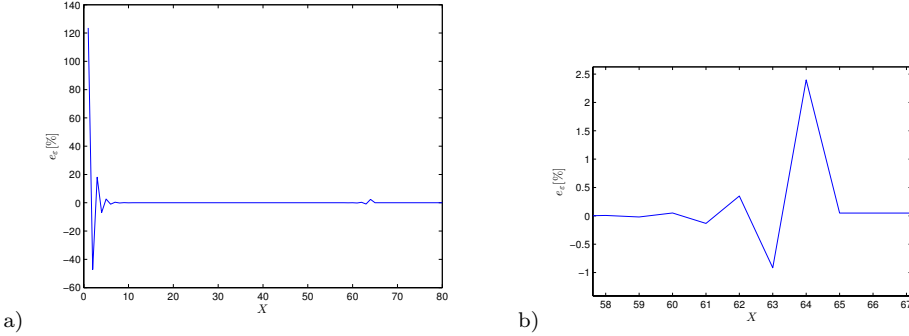
Simulacijom zadanog numeričkog primjera dobiveni su pomaci, deformacije i vrijednost multiplikatora u zoni preklopa (Sl. 4). Na dijagramu promjene deformacije



Sl. 4. a) promjena pomaka i deformacije duž lanca sa $R_c = 2l_0$ (križić za atom, kvadrat za čvor) i b) vrijednost multiplikatora u Ω^b .

duž lanca (Sl. 4 a)) mogu se uočiti oscilacije koje uzrokuje rubni efekt (označeno sa A) i GF efekt (označeno sa B). Prvi nastaje jer atomi na početku Ω^a nemaju lijevih susjeda, a interakcija je nelokalna. GF efekt nastaje zbog fundamentalne nekompatibilnosti lokalnog (Ω^c) i nelokalnog opisa koja uzrokuje nesimetričnu distribuciju energije i lokalni poremećaj u krutosti. GF efekt predstavlja općeniti problem i otvoreno pitanje u konkurentnim MS metodama.

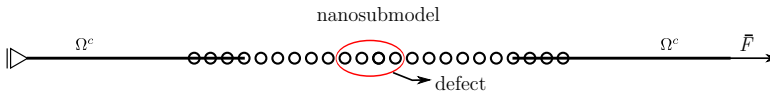
Greška deformacije (Sl. 5) $e_{\varepsilon,i} = \frac{\varepsilon_i - \varepsilon^{ex}}{\varepsilon^{ex}}$, gdje se ε^{ex} odnosi na referentnu vrijednost (deformacija dobivena pomoću potpuno molekularnog modela), pokazuje da je efekt nefizikalnih sila na spoju lokaliziran bez utjecaja na ostatak Ω^a te da je relativno malog iznosa (u usporebi sa rubnim efektom - A na Sl. 4).



Sl. 5. a) Greška deformacije, b) povećani prikaz greške uslijed *ghost* sila.

4 Zaključak

U radu je analiziran spoj u 1D MS modelu za konkurentnu simulaciju atomističkog i kontinuurnog područja. Na preklopu različitih fizikalnih modela (MD i mehanika kontinuuma) javljaju se neželjeni GF efekti. Iz provedene analize može se zaključiti da greška ne utječe na točnost jer je poremećaj lokaliziran i relativno malog iznosa. Osim toga, činjenica da je BD dekompozicijska metoda sa djelomičnim preklpom, gdje se mješaju energijski utjecaji, omogućuje spoj nano i makro razine prilikom kojega mreža konačnih elemenata ne mora koincidirati s atomima. Proizvoljna mreža konačnih elemenata, u području kontinuuma, generalna je prednost nad sličnim metodama za konkurentnu MS simulaciju. Osim toga, provedena analiza pokazuje da ovakav pristup omogućuje nano-podmodeliranje (kao na Sl. 6), tj. zamjenu modela konačnih elemenata s atomskom strukturom, odnosno nanopodmodelom u području interesa uz malu grešku koja nastaje na samom spoju i ne utječe na točnost u atomskom području (Ω^a). Područje interesa može biti nano defekt, odnosno vršak pukotine.



Sl. 6. 1D tehnike nano-podmodeliranja temeljene na premošćivanju domena.

Buduća istraživanja odnosit će se na smanjivanje, odnosno potpuno uklanjanje, pojave GF efekta pri čemu će se za razmatranje područja kontinuuma u MS modelu koristiti bezmrežna metoda. Daljnji razvoj MS modela koja uključit će

kompleksniju međuatomsku potencijalnu funkciju, te 2D i 3D formulaciju što će omogućiti realnije modeliranje nano defekta.

Literatura

- [1] Paul T. Bauman, Hachmi Ben Dhia, Nadia Elkhodja, J. Tinsley Oden, and Serge Prudhomme. On the application of the arlequin method to the coupling of particle and continuum models. *Computational Mechanics*, 42:511–530, 2008.
- [2] T. Belytschko and S. P. Xiao. Coupling methods for continuum model with molecular model. *International Journal for Multiscale Computational Engineering*, 1:12, 2003.
- [3] W A Curtin and Ronald E Miller. Atomistic/continuum coupling in computational materials science. *Modelling Simul. Mater. Sci. Eng.*, 11:33–68, 2003.
- [4] Hashmi Ben Dhia and Guillaume Rateau. The arlequin method as a flexible engineering design tool. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 62:1442–1462, 2005.
- [5] P.-A. Guidault and T. Belytschko. On the l_2 and the h_1 couplings for an overlapping domain decomposition method using lagrange multipliers. *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, 70:322–350, 2007.
- [6] P.A. Guidault and T. Belytschko. Bridging domain methods for coupled atomistic-continuum models with l^2 or h^1 couplings. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 77-11:1566–1592, 2009.
- [7] Wing Kam Liu Harold S. Park. An introduction and tutorial on multiple-scale analysis in solids. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 193:1733–1772, 2004.
- [8] W. K. Liu, E. G. Karpov, S. Zhang, and H. S. Park. An introduction to computational nanomechanics and materials. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 193(17-20):1529 – 1578, 2004.
- [9] Ronald E. Miller and E. B. Tadmor. A unified framework and performance benchmark of fourteen multiscale atomistic/continuum coupling methods. *Modeling and Simulation in Materials Science and Engineering*, 2009.
- [10] S. P. Xiao and T. Belytschko. A bridging domain method for coupling continua with molecular dynamics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 193(17-20):1645 – 1669, 2004.
- [11] Sulin Zhang, Roopam Khare, Qiang Lu, and Ted Belytschko. A bridging domain and strain computation method for coupled atomistic-continuum modelling of solids. *International Journal for Multiscale Computational Engineering*, 70:913–933, 2007.

Eduard Marenčić, tel. +385 1 6168115, e-mail: eduard.marenic@fsb.hr,
Jurica Sorić, tel. +385 1 6168103, e-mail: jurica.soric@fsb.hr,
Zdenko Tonković, tel. +385 1 6168450, e-mail: zdenko.tonkovic@fsb.hr,
Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za tehničku mehaniku, Ivana Lučića 5, 10000 Zagreb, www.fsb.hr/lmm

NUMERIČKA ANALIZA IZVIJANJA ČELIČNOG OKVIRA ZBOG PUZANJA

Merdanović, E., Lanc, D., Turkalj, G.

Sažetak: U ovom je radu predstavljen numerički model gubitka stabilnosti čelične gredne konstrukcije uzrokovanog puzanjem. Uobičajeno određivanje kritičnog opterećenja konstrukcije zamijenjeno je konceptom određivanja kritičnog vremena izvijanja pri puzanju materijala. Primijenjena je konačnoelemenarna analiza u kojoj su korišteni pločasti elementi s četiri čvora temeljeni na Kirchoff-Love teoriji. Kao primjer korišten je prostorni okvir kod kojeg su se mijenjale razine opterećenja, temperatura i kemijski sastav ugljičnog čelika kako bi se odredila različita kritična vremena izvijanja.

Ključne riječi: grede, izvijanje, okviri, puzanje

1 UVOD

Gredni i okvirni nosači čine skupinu konstrukcijskih elemenata i mogu se pojavljivati kao samostalni konstrukcijski elementi i kao dijelovi složenije konstrukcije, primjerice ukrepe plošnih konstrukcijskih elemenata. Kako takve konstrukcije, a pogotovo one tankostjenih poprečnih presjeka, iskazuju vrlo složen odziv u režimu velikih pomaka i rotacija, razvoj naprednih nelinearnih grednih modela koji obuhvaćaju i geometrijsku i materijalnu nelinearnost jedna je od važnijih aktivnosti istraživača u području konstruiranja.

Grede izložene dugotrajnim tlačnim opterećenjima općenito su nestabilne u režimu puzanja. To znači da se gubitak stabilnosti može javiti za vrijeme eksploatacijskog perioda konstrukcije čak i za opterećenja niža od kritičnog opterećenja izvijanja. Iz tog razloga pojava gubitka stabilnosti konstrukcije definirana je kritičnim vremenom puzanja koje je određeno dužinom trajanja izloženosti opterećenju kod kojeg deformacija pri izvijanju postaje beskonačna [3].

Nelinearni odziv opterećene konstrukcije opisuje se nekom od inkrementalnih formulacija poput *total* ili *updated Lagrangian*, ili pak Eulerove formulacije. Svaka formulacija koristi različitu referentnu konfiguraciju za varijable sustava i rezultira skupom nelinearnih jednadžbi ravnoteže konstrukcije. Ovakav se sustav jednadžbi može dalje linearizirati i rješava se koristeći određene inkrementalno-iterativne sheme koje obuhvaćaju tri glavne faze. Prva ili prediktorska faza obuhvaća određivanje ukupne krutosti konstrukcije i određivanje inkrementalnih pomaka iz aproksimativnih inkrementalnih ravnotežnih jednadžbi konstrukcije. Koristeći standardni proces transformacije moguće je trenutno odrediti inkrementalni pomak svakog konačnog elementa. Druga ili korektorska faza obuhvaća korigiranje geometrije svakog konačnog elementa i određivanje čvornih sila. Treća ili kontrolna faza provjerava da li je kriterij

konvergiranja postignut u trenutnom inkreментu uspoređujući vrijednosti s unaprijed postavljenom tolerancijom.

Pločasti su elementi naročito korisni pri analizi ponašanja velikih konstrukcija. Ravni pločasti konačni elementi su najjednostavniji s obzirom na računalne zahtjeve pa su zbog toga i vrlo popularni [4].

U ovom je radu korišten gredni konačnoelementni model za određivanje vlastitih vrijednosti okvira. Nakon toga za geometrijsku i materijalnu nelinearnu analizu pri izvijanju kod puzanja korišten je pločasti konačnoelementni model *Kirchoff-Love* tipa. Materijal je homogen i izotropan.

2 MODELIRANJE PUZANJA

Ponašanje materijala pri puzanju moguće je definirati sljedećom jednađžbom [2]:

$${}^2\varepsilon_{ij} = {}^2\varepsilon_{ij}' - {}^1\varepsilon_{ij}^c \quad (1)$$

gdje ${}^2S_{ij}$ predstavlja devijatorski dio tenzora naprežanja u konfiguraciji C_2 a ε_{ij}^c predstavlja tenzor deformacije kod puzanja.

Inkrement deformacije puzanja se računa:

$$\Delta\varepsilon_{ij}^c = {}^1k {}^1S_{ij} \quad (2)$$

gdje faktor 1k jest:

$${}^1k = 1.5 \left(\frac{{}^1\bar{\varepsilon}^c}{{}^1\bar{\sigma}} \right) \Delta t \quad (3)$$

s $\bar{\varepsilon}^c$ i $\bar{\sigma}$ kao ekvivalentnom brzinom puzanja i ekvivalentnim naprežanjem. U slučaju puzanja konfiguracije C_1 i C_2 su stvarne vremenske konfiguracije, a vremenski inkrement Δt predstavlja stvarno vrijeme koje je proteklo dok se element pomaknuo iz konfiguracije C_1 u konfiguraciju C_2 .

Ekvivalentna se brzina puzanja $\bar{\varepsilon}^c$ iz jednađžbe (3) može izraziti npr. prema Nortonovom zakonu puzanja kao:

$$\bar{\varepsilon}^c = K \bar{\sigma}^n \quad (4)$$

gdje su K i n Nortonove materijalne konstante.

3 PRIMJERI

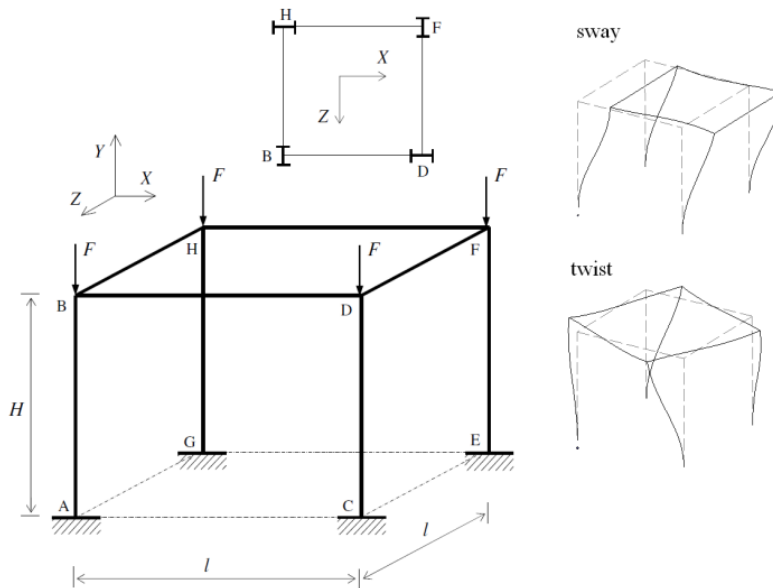
Slika 1 prikazuje prostorni okvir opterećen s četiri vertikalne sile, svaka intenziteta F . Svi elementi okvira su profili $\mathbb{W} \times 49$. Modul elastičnosti je $E = 210$ GPa. Duljine greda su $l = 3900$ mm a visine stupova su $H = 3773$ mm.

Korištena su tri različita konačnoelementna modela. Gredni konačnoelementni model s 80 elemenata i pločasti konačnoelementni model s 5984 elemenata modelirani su FEMAP-om dok je računalnim programom THINWLL provedena analiza vrednog modela s 8 elemenata.

FE Model	Broj elemenata	Kritično opterećenje (MN)
FEMAP gredni	80	8.1
FEMAP pločasti	5984	8.3
THINWLL	8	8.2

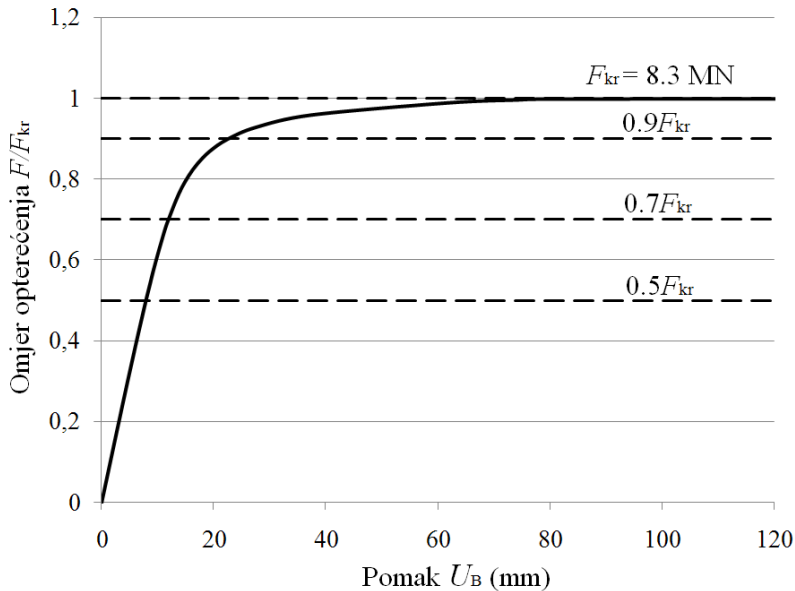
Tab. 1. Vrijednosti kritičnog opterećenja izvijanja okvira

Za određivanje kritičnog opterećenja provedene su linearne analize izvijanja u smislu izračunavanja vlastitih vrijednosti okvira. Usporedba rezultata za kritičnu silu izvijanja dobivena primjenom sva tri modela dana je u tab. 1.



Sl. 1. Geometrija i deformacijski oblici prostornog okvira

Vrijednost kritične sile izvijanja dobivene nelinearnom analizom iznosi 8.3 MN, sl. 2. Prva dva oblika izvijanja su *sway* oblik u smjerovima osi *X* i *Z* a treći je *twist* oblik, sl. 1.



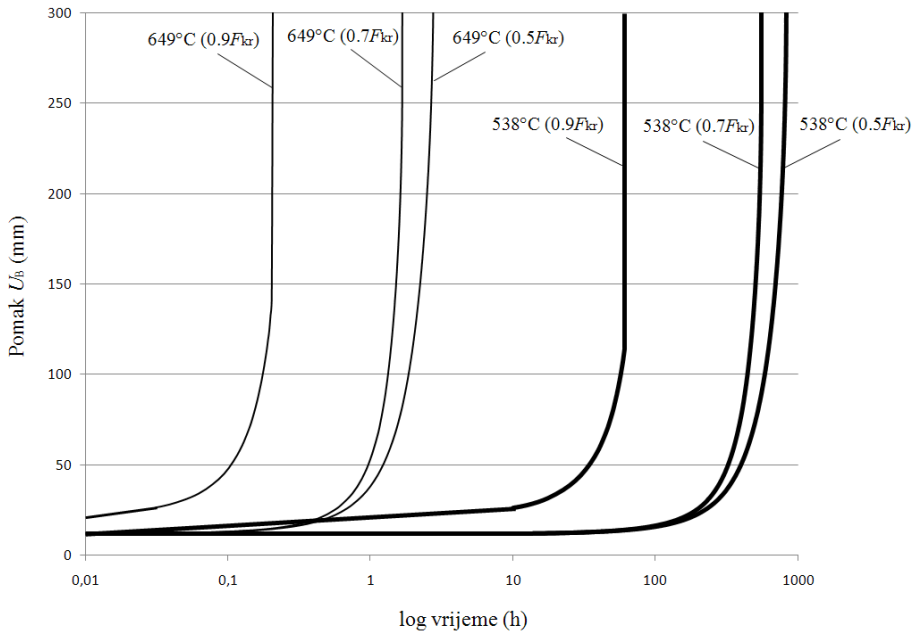
Sl. 2. Izvijanje okvira – dijagram $F/F_{kr} - U_B$

Za analizu izvijanja kod puzanja okvir je opterećen s tri različite konstantne vrijednosti sile: 4 MN (što iznosi oko $0.5F_{kr}$), 5.75 MN (što iznosi oko $0.7F_{kr}$) i 7.4 MN (što iznosi oko $0.9F_{kr}$). Za iniciranje gubitka stabilnosti, dvije sile, svaka intenziteta $0.001F$, nanese su u vrhovima B i H u pozitivnom smjeru osi X kako bi se dobio *sway* deformacijski oblik. Za iniciranje gubitka stabilnosti u *twist* deformacijskom obliku, dvije sile, svaka intenziteta $0.001F$, nanese su u vrhovima H i D u pozitivnom i negativnom smjeru osi X , te dvije sile istih intenziteta u vrhovima F i B u pozitivnom i negativnom smjeru osi Z [5].

Korišteni su ugljični čelici s dva različita kemijska sastava, a kod prvog je čelika provedena analiza pri dvjema različitim temperaturama. Usvojene su sljedeće konstante za Nortonov zakon puzanja [1]:

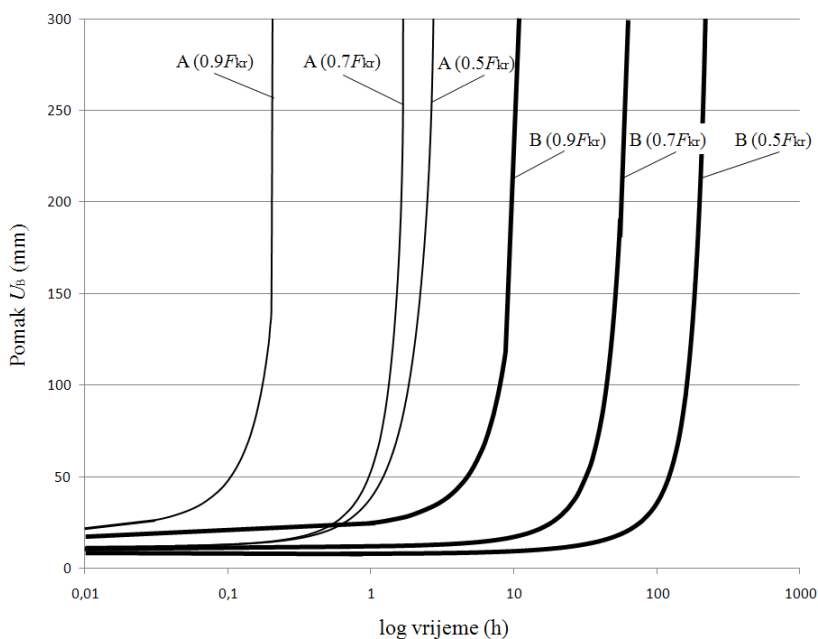
- (1) materijal A – ugljični čelik (0.15 C, 0.50 Mn, 0.23 Si) pri 538°C:
 $n = 3.05, K = 0,1210^{-13} [10\text{mm}^2/\text{N}]^n\text{h}^{-1}$;
- (2) materijal A - ugljični čelik (0.15 C, 0.50 Mn, 0.23 Si) pri 649°C:
 $n = 2.85, K = 0,1610^{-10} [10\text{mm}^2/\text{N}]^n\text{h}^{-1}$;
- (3) materijal B - ugljični čelik (0.43 C, 0.68 Mn, 0.20 Si) pri 649°C:
 $n = 1.7, K = 0,1210^{-8} [10\text{mm}^2/\text{N}]^n\text{h}^{-1}$.

Slika 3 prikazuje ukupni vremenski pomak vrha B u smjeru osi X za materijal A pri temperaturama od 538°C i 649°C i razinama opterećenja od $0.5F_{kr}$, $0.7F_{kr}$ i $0.9F_{kr}$. Deformacijski oblik je *sway*.



Sl. 3. Krivulje izvijanja pri puzanju za materijal A pri 538°C i 649°C

Slika 4 prikazuje ukupni vremenski pomak vrha B u smjeru osi X za oba materijala pri temperaturi od 649°C i razinama opterećenja od $0.5F_{kr}$, $0.7F_{kr}$ i $0.9F_{kr}$. Deformacijski oblik je *sway*.



Sl. 4. Krivulje izvijanja pri puzanju za materijale A i B pri 649°C

Kritična vremena izvijanja kod puzanja dobivena za različite kemijske sastave ugljičnog čelika i pri različitim temperaturama dana su u satima, tab. 2.

	Materijal A				Materijal B	
	$T = 538^\circ\text{C}$		$T = 649^\circ\text{C}$		$T = 649^\circ\text{C}$	
	S_{ay}	T_{ist}	S_{ay}	T_{ist}	S_{ay}	T_{ist}
$0.5F_{kr}$	840	3820	3	11	228	242
$0.7F_{kr}$	560	616	1.5	2	55	63
$0.9F_{kr}$	60	76	0.2	0.2	9	11

Tab. 2. Kritična vremena puzanja (h)

3 ZAKLJUČAK

Pri povišenim temperaturama koje se mogu razviti npr. pri požaru, od velikog je značaja procjena vremena kolapsa okvirnih konstrukcija. Numerička simulacija izvijanja u režimu puzanja brz je način procjene takvih pojava.


S obzirom na dobivena kritična vremena izvijanja pri puzanju može se zaključiti da je materijal B više otporan na puzanje od materijala A. Također, za povećanje temperature istog materijala s 538°C na 649°C , kritično vrijeme izvijanja se drastično smanjuje. Kod materijala A deformacijski oblik izvijanja ima veliki utjecaj na smanjenje kritičnog vremena puzanja dok je ta razlika kod materijala B zanemariva.

U budućem je razvoju modela namjera izraditi vlastiti računalni algoritam koji će koristiti gredne konačne elemente u režimu puzanja. S obzirom na korištenje vremenske domene za praćenje konstrukcije namjera je algoritmom obuhvatiti i dinamičke efekte odziva uključivanjem matrice masa grednih članova.


Literatura:

- [1] Beljajev, N.M., "Soprotivljenje materijalov", Fizmatgiz, Moskva, 1959.
- [2] Lanc, D.; Turkalj, G.; Brnić, J., "Beam model for creep buckling analysis", Proceedings of 5th International Congress of Croatian Society of Mechanics 2006, 2006, str. 65-66.
- [3] Lanc, D.; Turkalj, G.; Brnić, J., "Finite-element model for creep buckling analysis of beam-type structures", Communications in Numerical Methods in Engineering, Vol. 24, No. 11, 2008, str. 989-1008
- [4] Nguyen-Thanh, N.; Rabczuk, T.; Nguyen-Xan, H.; Bordas, S.P.A., "A smoothed finite element method for shell analysis", Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., Vol. 198, 2008, str. 165-177
- [5] Turkalj, G.; Lanc, D.; Brnić, J., "Large displacement analysis of elastic-plastic framed structures under creep regimes", International Journal of Structural Stability and Dynamics, Vol. 9, No. 1, 2009, str. 61-83


Autori:

Edin Merdanović, Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet, Zavod za tehničku mehaniku, Vukovarska 58, tel. 051 651503, fax 051 651490, e-mail: medin@riteh.hr,  stranica:

witeh.uniri.hr/zavkatdsluz/zavtehm_eh/katedre/cvrkon/Pages/Katedra.htm

Domagoj Lanc, Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet, Zavod za tehničku mehaniku, Vukovarska 58, tel. 051 651495, fax 051 651490, e-mail: dlanc@riteh.hr,  stranica:

witeh.uniri.hr/zavkatdsluz/zavtehm_eh/katedre/cvrkon/Pages/Katedra.htm

Goran Turkalj, Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet, Zavod za tehničku mehaniku, Vukovarska 58, tel. 051 651499, fax 051 651490, e-mail: goran.turkalj@riteh.hr,  stranica:

witeh.uniri.hr/zavkatdsluz/zavtehm_eh/katedre/cvrkon/Pages/Katedra.htm

PRIMJENA ČELIČANSKE ZGURE KAO AGREGATA U BETONU

Netinger, I., Bjegović, D., Jelčić-Rukavina, M., Serdar, M.

Sažetak: U radu je istražena mogućnost primjene čeličanske zgure sa deponije iz Splita kao agregata u betonu namijenjenog ugradnji u konstruktivne elemente. Mogućnost primjene zgure kao zamjene za uobičajeno korišten agregat procijenjena je na razini betonskih mješavina. Načinjene su četiri mješavine sa zgurom u sastavu betona te mješavina betona sa uobičajeno korištenim agregatom dolomitom (referentna mješavina). Mehanička svojstva (vlačna i tlačna čvrstoća, modul elastičnosti), volumna nepostojanost te potencijal ka korozivnom djelovanju ispitani su na uzorcima betona sa zgurom te na uzorcima referentnog betona. Na temelju usporedbe rezultata ispitivanja mješavina sa zgurom i referentnog betona zaključeno je da se zgura može koristiti kao zamjena za uobičajeno korišten agregat u betonu.

Ključne riječi: zbrinjavanje otpada, zgura, volumna nepostojanost, korozivno djelovanje.

1 UVOD

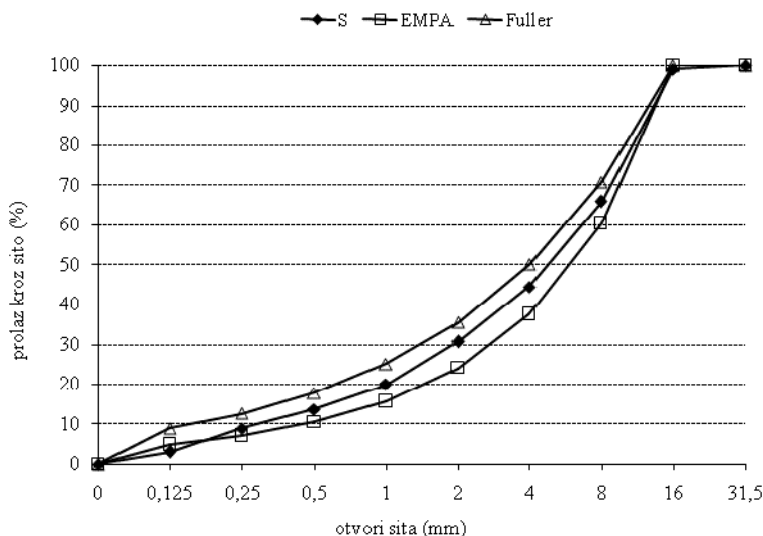
Mogućnost uporabe zgure kao agregata u betonu istražena je u nekoliko stranih radova [1–5] a rezultati istraživanja pokazali su opravdanost uporabe zgure u ovu svrhu. Obzirom na činjenicu da svojstva zgura ovise o njihovu podrijetlu, mogućnost uporabe domaće zgure kao agregata u betonu trebalo je potvrditi nizom ispitivanja. Svojstva zgure koja su se smatrala važnim za njezinu uporabu kao agregata u betonu određena su na krupnim frakcijama (4-8 i 8-16 mm) hrvatskih zgura podrijetlom iz Siska i Splita, u skladu s normom HRN EN 12620/AC:2006 Agregati za betone [6]. Rezultati ispitivanja detaljno su prikazani u [7]. Prema rezultatima ispitivanja, zaključeno je da krupne frakcije zgura zadovoljavaju zahtjeve hrvatskog zakonodavstva tj. Tehničkog propisa za betonske konstrukcije [8] te da se mogu koristiti kao zamjena za uobičajeno korišten agregat iz prirodnih resursa. U ovom je radu mogućnost primjene zgure iz Splita kao agregata u betonu istražena je na razini betonskih mješavina.

2 SVOJSTVA BETONA SA ZGUROM KAO AGREGATOM

2.1 Projektiranje sastava betonskih mješavina i svojstva svježih betonskih mješavina

Spravljeno je pet različitih betonskih mješavina (R, ZST, ZST+PP, ZST+LP, ZST+LP+PP), sa istim sadržajem veziva (400 kg/m^3), uz istu količinu vode ($v/c=0,43$) te sa dodatkom superplastifikatora (0,75% - 0,8% na masu cementa). Za pripremu mješavina upotrijebljen je cement CEM I 52,5 N gustoće $3,01 \text{ kg/dm}^3$. Kod mješavina ZST+LP, ZST+LP+PP zamijenjeno je 20% mase cementa sa letećim pepelom gustoće $1,94 \text{ kg/dm}^3$. Svrha zamjene dijela cementa sa letećim pepelom bila je osigurati

mješavinama sa zgurom veće čvrstoće pri kasnijoj starosti betona. Mješavinama ZST+PP i ZST+LP+PP dodana su polipropilenska vlakna duljine 12 mm i promjera 18 μm , u količini od 910 g/m^3 betona. Obzirom da polipropilenska vlakna povećavaju vlačnu čvrstoću betona [9], mješavinama su dodana upravo sa tim ciljem. Kako bi se ostvarila ista konzistencija kod svih mješavinama, mješavinama u kojima se nalazi leteći pepeo dodan je manji udio superplastifikatora obzirom na činjenicu da leteći pepeo poboljšava obradljivost mješavine [10]. Kao referentna mješavina (R) promatrana je ona sa dolomitom uobičajeno korištenim za spravljanje betona. U mješavinama ZST, ZST+PP, ZST+LP, ZST+LP+PP sitnu frakciju agregata (0-4 mm) činio je dolomit a krupne frakcije agregata (4-8 mm i 8-16 mm) činila je zgura podrijetlom sa deponije iz Siska. Kumulativna krivulja agregata (S) bila je ista kod sve tri mješavine (slika 1), dobivena kao srednja krivulja između EMPA i Fuller krivulje.



Sl. 1. Kumulativna krivulja prosijavanja agregata

Sastav betonskih mješavina prikazan je tablicom 1, a svojstva betonskih mješavina u svježem stanju prikazana su tablicom 2.

Tab. 1. Sastav betonskih mješavina

Mješavina	Agregat	Vezivo	Poliprop. vlakna	Superplast.
R	dolomit: frakcije 0-4 mm (44 %), 4-8 mm (20 %), 8-16 mm (36 %)	CEM I 52,5N	-	0,8 % na masu cementa
ZST	dolomit: frakcija 0-4 mm (43 %)		-	
ZST+PP			910 g/m^3	
ZST+LP	zgura Split: frakcije 4-8 (21 %) mm, 8-16 mm (36 %)	CEM I 52,5N + leteći pepeo (4:1)	-	0,75 % na masu cementa
ZST+LP+PP			910 g/m^3	

Sva ispitivanja svježeg betona obavljena su u skladu sa važećim hrvatskim normama;

gustoća je mjerena u skladu sa HRN EN 12350-6:2009 [11], sadržaj pora u skladu sa HRN EN 12350-7:2000 [12] te konzistencija po metodi slijeganja prema HRN EN 12350-2:2000 [13]. Gustoća čestica na zasićenju i površinski suhoj osnovi iznosila je: 2,75 kg/dm³ za dolomit te 3,07 kg/dm³ za zgoru. Prilikom pripreme mješavina, agregati su bili u zasićenom i površinski suhom stanju.

Tab. 2. Svojstva svježeg betona

Oznaka mješavine	Gustoća (kg/m ³)	Sadržaj zraka (%)	Konzistencija (mm)
R	2530	0,9	200
ZST	2574	2,3	200
ZST+PP	2538	3,3	200
ZST+LP	2504	2,4	200
ZST+LP+PP	2472	3,5	190

2.2 Izrada i njega uzoraka

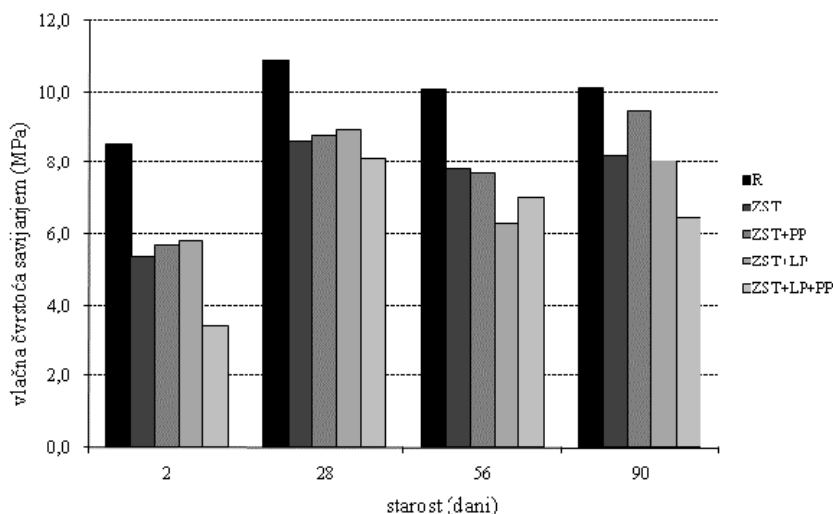
U cilju procjene razvoja vlačne i tlačne čvrstoće u vremenu, ispitane su betonske prizme izmjera 10/10/40 cm pri starosti betona od 2, 28, 56 i 90 dana. Statički modul elastičnosti ispitan je na prizmama istih izmjera pri 56. danu starosti betona. S namjerom utvrđivanja ostvarenog razreda čvrstoće po pojedinoj betonskoj mješavini, ispitane su betonske kocke brida 15 cm u starosti od 28 dana. U cilju procjene moguće ekspanzivne prirode zgre mjerene su volumne promjene pri stalnoj vlažnosti od 95±5 % relativne vlage zraka na prizmama 10/10/40 cm. Sumnja u korozivno djelovanje zgre po čelik koji je s njom u kontaktu ovdje je istražena mjerenjem pH vrijednosti filtrata dobivenog iz praha betona.

U starosti betona od 24h, uzorci prizmi i kocaka izvađeni su iz kalupa i potopljeni u vodu gdje su ostavljeni narednih 7 dana. Nakon vađenja iz vode uzorci su ostavljeni u vlažnoj komori Instituta građevinarstva Hrvatske – PC Osijek, u uvjetima 95% vlažnosti i temperaturi od 20±2 °C do 28. dana starosti betona. Po isteku 28 dana, uzorci kocaka i dio uzoraka prizama su ispitani a preostali dio uzoraka prizama je izvađen iz vlažne komore i u nastavku odložen u laboratorij Građevinskog fakulteta u Osijeku do 90. dana starosti. Uzorcima namijenjenim za praćenje volumnih promjena su u trećem danu starosti ugrađene mjerne markice na kojima su se tijekom vremena pomoću deformetra pratile volumne promjene. Uzorak za ispitivanje pH vrijednosti filtrate činila je svježa betonska mješavina odložena u plastičnu vrećicu i u njoj ostavljena do starosti od 28 dana. Kontakt betonske mješavine sa zrakom je onemogućen kako bi se spriječila karbonatizacija.

2.3 Rezultati ispitivanja i diskusija

Vlačna čvrstoća savijanjem ispitana je sukladno HRN EN 12390-5:2001 [14]. U cilju smanjenja broja ispitnih uzoraka, procjena razvoja tlačne čvrstoće u vremenu obavljena je ispitivanjem polovica prizmi nastalih nakon ispitivanja vlačne čvrstoće savijanjem. Statički modul elastičnosti ispitan je sukladno HRN U.M1.025:1982 [15]. Tlačna čvrstoća betona na kockama brida 15 cm ispitana je sukladno HRN EN 12390-3:2002 [16]. Volumne promjene mjerene su prema normi HRN U.M1.029:1983 [17]. Za ispitivanje korozivnog djelovanja očvrslil beton starosti 28 dana je usitnjen u prah koji

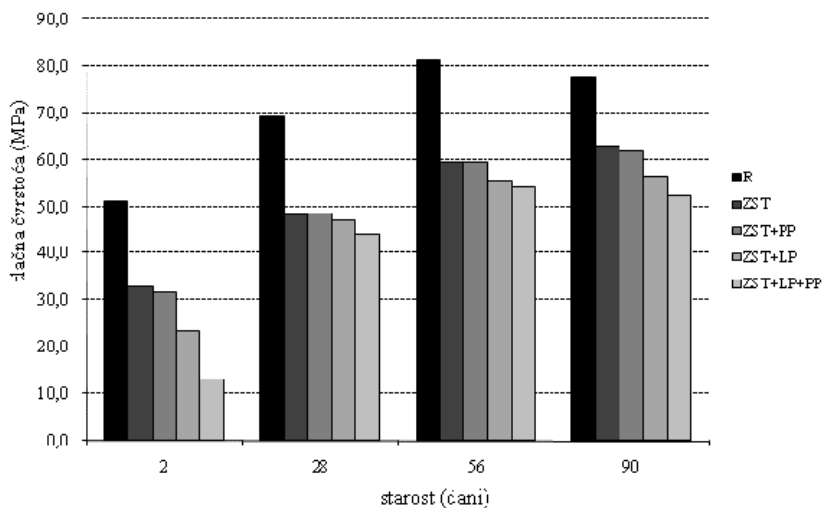
u potpunosti prolazi sito veličine otvora 80 μm . Tako pripremljen prah je otopljen u destiliranoj vodi (omjer 1:10) te je dobivena otopina nakon 24 h filtrirana i mjerena joj pH vrijednost.



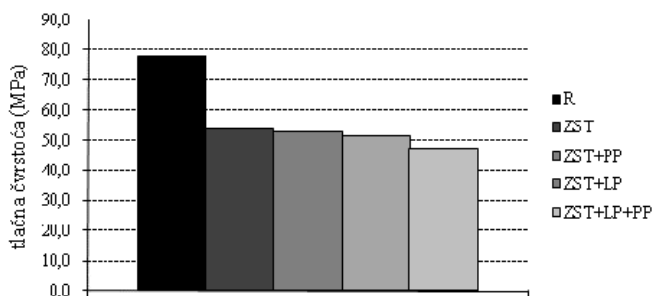
Sl. 2. Razvoj vlačne čvrstoće savijanjem u vremenu

Rezultati ispitivanja vlačnih čvrstoća savijanjem prikazani su slikom 2 a rezultati ispitivanja tlačnih čvrstoća na polovicama prizmi prikazani su slikom 3. Slika 4 prikazuje tlačne čvrstoće betonskih mješavina na kockama brida 15 cm. Rezultati ispitivanja statičkog modula elastičnosti su prikazani slikom 5. Slikom 6 prikazane su volumne promjene betona pri stalnoj vlažnosti a slikom 7 izmjerene pH vrijednosti filtrata. Svaki od prikazanih rezultata na slikama 1-5 i slici 7 je srednja vrijednost od tri izmjerene vrijednosti dok su rezultati prikazani na slici 6 srednja vrijednost od šest izmjerenih vrijednosti.

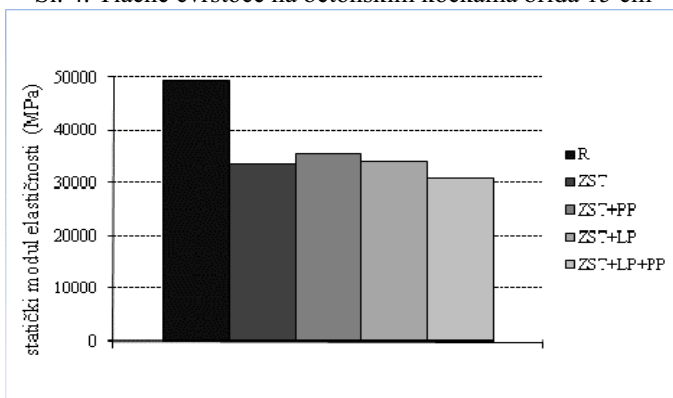
Iz slika 2 i 3 vidljivo je da su vlačne i tlačne čvrstoće betona sa zgurom u sastavu (ZST, ZST+PP, ZST+LP, ZST+LP+PP) manje od istih vrijednosti kod referentnog betona (R) tijekom cijelog promatranog perioda. Međutim, razlika u ostvarenim tlačnim i vlačnim čvrstoćama kod skupine uzoraka sa zgurom u sastavu i referentnog betona smanjivala se tijekom vremena. Pri većoj starosti uzorci sa zgurom ostvarili su tek nešto niže vrijednosti vlačne čvrstoće i tlačne čvrstoće u odnosu na referentnu mješavinu (R) te na taj način opravdale svoju primjenu u svrhu konstruktivnog betona. Nije zamijećen značajan doprinos polipropilenskih vlakana vlačnoj čvrstoći betona – mješavina ZST+PP nije imala značajno veću vlačnu čvrstoću od mješavine ZST kao ni mješavina ZST+LP+PP u odnosu na mješavinu ZST+LP. Također, nije uočen doprinos letećeg pepela tlačnoj čvrstoći betona pri kasnijoj starosti uzoraka.



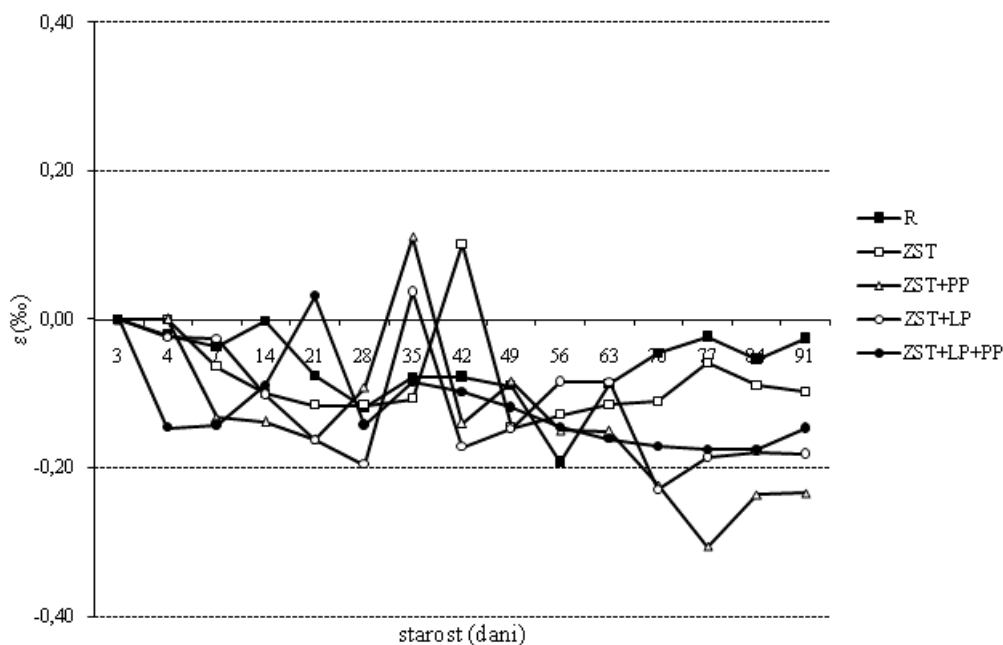
Sl. 3. Razvoj tlačne čvrstoće u vremenu



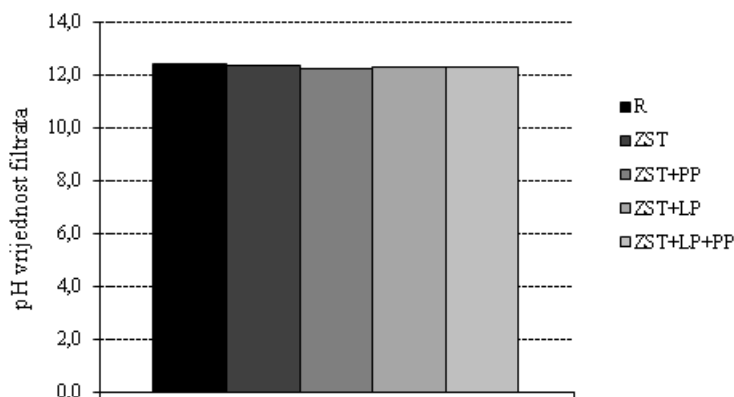
Sl. 4. Tlačne čvrstoće na betonskim kockama brida 15 cm



Sl. 5. Statički modul elastičnosti



Sl. 6. Volumne promjene uzoraka pri stalnoj vlažnosti



Sl. 7. pH vrijednosti filtrata

Ostvarene tlačne čvrstoće betona na kockama brida 15 cm u starosti od 28 dana prikazane slikom 4 potvrđuju mogućnost primjene „čoma će“ zguře kao agregata u betonu – tlačne čvrstoće betona sa zgurom u pravilu su manjih vrijednosti od čvrstoća referentnog betona no zadovoljavajuće za primjenu u konstruktivnim elementima. Dodatak letećeg pepela i polipropilenskih vlakana nisu značajnije utjecali na tlačnu čvrstoću mješavina sa zgurom. Slikom 5 prikazane su vrijednosti modula elastičnosti izmjerene na betonskim uzorcima u 56. danu starosti. Moduli elastičnosti betona sa zgurama manji su od modula elastičnosti referentnog betona no opet unutar vrijednosti modula elastičnosti betona za primjenu u konstruktivnim elementima. Usporedbom

vrijednosti modula mješavine ZST sa vrijednostima modula mješavina ZST+PP, ZST+LP i ZST+LP+PP zaključuje se da zamjena dijela cementa letećim pepelom i dodatak polipropilenskih vlakana nisu značajnije utjecali na statički modul kod skupine mješavina sa zgurom.

Iz slike 6 vidljivo je da uzorci mješavina sa zgurom u sastavu (ZST+PP, ZST+LP i ZST+LP+PP) pokazuju nešto izraženije volumne promjene od uzoraka referentnog betona (R). No, obzirom na činjenicu da se volumna nepostojanost zgre učinkovito može suzbiti nekom od metoda ubrzanog starenja [18], ovakvi rezultati mjerenja ne isključuju mogućnost uporabe zgre.

Iz slike 7 vidljivo da sve mješavine ostvaruju slične pH vrijednosti filtrata. Sukladno takvim rezultatima, može se zaključiti da zgura pruža armaturnom čeliku ugrađenom u armiranobetonske konstrukcije jednaku alkalnost kao i dolomit te je stoga ne treba smatrati potencijalno korozivnom.

3 ZAKLJUČAK


Mogućnost primjene zgre kao zamjene za uobičajeno korišten agregat istražena je na razini betonskih mješavina. Načinjene su četiri mješavine sa zgurom u sastavu betona te mješavina betona sa uobičajeno korištenim agregatom dolomitom. (referentna mješavina). Mehanička svojstva (vlačna i tlačna čvrstoća, modul elastičnosti), volumna nepostojanost te potencijal ka korozivnom djelovanju ispitani su na uzorcima betona sa zgurom te na uzorcima referentnog betona. Na temelju ostvarenih tlačnih i vlačnih čvrstoća, modula elastičnosti, volumnih promjena i pH vrijednosti filtrata i usporedbom sa istim vrijednostima kod referentnog betona, autori rada zaključuju da zgura iz Splita može biti korištena u konstruktivnom betonu kao zamjena za agregat iz prirodnih resursa.

Zahvala


Istraživanja prikazana u ovom radu provedena su u sklopu međunarodnog projekta E#166 – EUREKABUILD FIRECON“. Autori se zahvaljuju na nov čanoj potpori iz navedenog projekta.


Literatura


- [1] Dunster, A. M. Blast furnace slag and steel slag as aggregates: A review of their uses and applications in UK construction”, 3rd European Slag Conference – Proceedings “Manufacturing and Processing of Iron and Steel Slags”, Euroslag Publication, Keyworth UK, 2002, pp. 21-29.
- [2] Barry, M. S. Comparison of properties of steel slag and crushed limestone aggregate concretes”, Construction and Building Materials, Vol.17, No.2, 2003, pp. 105-112.
- [3] Zelić, J. Properties of concrete pavements prepared with ferrochromium slag as concrete aggregate”, Cement and Concrete Research, Vol.35, No.12, 2005, pp. 2340-2349.
- [4] Gray H.; Shalabi, F.; Asi, I. “Use of low CaO unprocessed steel slag in concrete as fine aggregate”, Construction and Building Materials, Vol.23, No.2, 2009, pp. 1118-1125.
- [5] New Standards on Recycled Aggregates and Molten-Slag in Japan, www.nippon-concrete.or.jp/committee/concrete/e/newletter/newletter08/Recycled%20Aggregates%20and%20Molten-Slag.pdf


- [6] HRN EN 12620/AC:2006 Agregati za beton
- [7] Netinger, I.; Jelčić Rukavina, M.; Bjegović D. “Mogućnost primjene domaće zgure kao agregata u betonu”, Građevinar, Vol.62, 2010, str. 35-43. 
- [8] Tehnički propis za betonske konstrukcije (TPBK) 2006, NN 101/05
- [9] Seferović, E. Polipropilenska vlakna u podgradi tunela Sveti Rok”, Građevinar, Vol. 54, 2002, str. 535-539.
- [10] Skazlić, M.; Rosković, R.; Banjad Pečur, I. „Svojstva samozbijajućeg betona s velikim udjelom letećeg pepela”, Građevinar, Vol.60, 2008, str. 945-952.
- [11] HRN EN 12350-6:2009 Ispitivanje svježega betona – 6. dio: Gustoća
- [12] HRN EN 12350-7:2000 Ispitivanje svježeg betona – 7. dio: Sadržaj pora – Tlačna metoda
- [13] HRN EN 12350-2:2000 Ispitivanje svježeg betona – 2. dio: Ispitivanje slijeganjem
- [14] HRN EN 12390-5:2009 Ispitivanje očvrtnuloga betona – 5. dio: Čvrstoća ispitnih uzoraka na savijanje
- [15] HRN U.M1.025:1982 Beton - Određivanje statičkog modula elastičnosti pritiskom
- [16] HRN EN 12390-3:2002 Ispitivanje očvrtnulog betona – 3. dio: Tlačna čvrstoća uzoraka
- [17] HRN U.M1.029:1983 Beton - Određivanje volumnih deformacija
- [18] Da Silveira, N. O., E Silva, M. V. A. M., Agrizzi, E. J., De Lana, M. F., De Mendonca, R. L., “ACERITA – Steel slag with reduced expansion potential”, 4th European Slag Conference – Proceedings “Slags-Providing Solutions for Global Construction and other Markets”, Euroslag Publication, Oulu, Finland, 2005, pp. 145-157.

Autori:

Ivanka Netinger, Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku, Građevinski fakultet, Zavod za materijale i konstrukcije, Crkvena 21, Osijek, tel. 031/540-081, fax. 031/540-071, email: nivanka@gfos.hr;  stranica: wgfos.hr

Dubravka Bjegović, Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet, Zavod za materijale, Kačićeva 26, Zagreb, tel. 01/4639-212, fax. 01/ 4828-051, email: dubravka@grad.hr,  stranica: wgrad.hr

Marija Jelčić-Rukavina, Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet, Zavod za materijale, Kačićeva 26, Zagreb, tel. 01/4639-537, fax. 01/ 4828-051, email: jmarija@grad.hr,  stranica: wgrad.hr

Marijana Serdar, Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet, Zavod za materijale, Kačićeva 26, Zagreb, tel. 01/4639-118, fax. 01/ 4828-051, email: mserdar@grad.hr,  stranica: wgrad.hr

POVEZANOST SEIZMIČKOG ODZIVA SA DINAMIČKIM PARAMETRIMA GRAĐEVINE

Nikolić, M., Raduka, V., Mihalj, V.I.

Sažetak: U ovome radu prikazani su rezultati analize odziva pravilnih građevina na seizmičku pobudu. Analiziraju se građevine pravilne po visini, sa stropnim pločama koje se u proračunu idealiziraju apsolutno krutim dijafragmama u horizontalnoj ravnini, a gipke su izvan nje. Zgrade nesimetričnog tlocrta su mnogo osjetljivije na seizmičko opterećenje od sličnih idelno simetričnih zgrada. Uobičajeni proračunski postupci dovoljno uzimaju u obzir tu činjenicu. Naše je mišljenje da propisi podcjenjuju stvarni utjecaj torzije kod simetričnih građevina. Nakon mnogih potresa zabilježeno je postojanje znatnih oštećenja i u uglovima simetričnih zgrada, što upućuje na torzijsko gibanje. Usprkos idealne simetrije u projektiranoj konstrukciji, uvijek se može očekivati nesimetrija u razdiobi krutosti, mase i prigušenja, temeljnom tlu itd. Efekt se povećava nesimetrično raspoređenim korisnim opterećenjem u trenutku potresa. I stvarna potresna pobuda ne djeluje samo u jednoj ravnini simetrije nego ima više nesimetričnih doprinosa pa može sadržati i torzijsko djelovanje. Sve to može uzrokovati slučajno torzijsko gibanje građevine odnosno slučajnu torziju. Propisi dozvoljavaju više načina modeliranja slučajne torzije i više načina proračuna. U ovom radu prikazat će se ovisnost intenziteta torzijske komponente odziva o odabranom načinu modeliranja i proračuna, te omjeru translacijske i torzijske frekvencije građevine.

Ključne riječi: *dinamički parametri, simetrične konstrukcije, numerički modeli*

1 UVOD

Istraživanja u području dinamičkih proračuna konstrukcija, posebice za djelovanje potresnog opterećenja u posljednje su vrijeme intenzivirana. Razvitak računalne tehnologije omogućio je ne samo brže i pouzdanije proračune, nego i da se umjesto proračuna u kojima su se dinamički utjecaji kompezirali samo dinamičkim faktorom dinamičko djelovanje realnije uključi u proračun. Stoga se danas, uz razvitak novih načina proračuna preispituje primjerenost i dostatnost odredbi koje su definirane u propisima.

Potresno djelovanje može na konstrukcijama prouzročiti velika oštećenja, ili u krajnje nepovoljnom slučaju rušenje građevine. Osobito je nepovoljno ako je za vrijeme potresa uz translacijski prisutan i torzijski odziv jer u tom slučaju dolazi do velikih deformacija na rubovima građevine. Mnoga izvješća i mjerenja pokazala su da i kod nominalno simetričnih konstrukcija dolazi do torzijskog gibanja pri seizmičkom djelovanju. Simetrične konstrukcije uglavnom su projektirane tako da translacijski i torzijski oblici oscilacija budu nepovezani, ali se pri potresu ipak pobuđuju i torzijske oscilacije. Objašnjava se to činjenicom da i u nominalno simetričnim konstrukcijama postoji nesimetrija koja može nastati zbog nesavršene izvedbe i odstupanja od projektiranih mjera, zbog nehomogenosti i nejednolike kvalitete materijala ili

nejednoliko distribuiranoga korisnog opterećenja. Stoga je pri proračunu građevina na djelovanje potresa uz translacijsku otpornost i krutost potrebno postaviti zahtjeve za pouzdanu torzijsku nosivost.

2 LINEARNI SEIZMIČKI PRORAČUN

U području linearno-elastičnih odziva, torzijsko gibanje građevina može biti posljedica prirodne torzije (natural torsion) koja postoji u nesimetričnim konstrukcijama kao posljedica ekscentriciteta centra krutosti (CK) i centra mase (CM), te slučajne torzije (accidental torsion) koja postoji u svim građevinama. Većina građevinskih propisa efekt slučajne torzije uzima se u obzir zadavanjem slučajnog ekscentriciteta u iznosu od $e_a = \pm 0.05 \cdot L$, gdje je L iznos tlocrtno dimezije građevine, mjereno okomito na smjer horizontalnog potresnog djelovanja. Ova procjena slučajnog ekscentriciteta obuhvaća nekoliko čimbenika: rotaciono gibanje podloge pri potresu, netočnosti pri određivanju centra mase i centra krutosti, razlike u raspodjeli masa, krutosti i nosivosti koje su pretpostavljene pri proračunu u odnosu na stvarnu raspodjelu za vrijeme djelovanja potresa. Prema istraživanjima [1], [2] najveći doprinos slučajnom ekscentricitetu proizlazi iz nedovoljno točnih podataka o stvarnoj razdiobi mase, dok su nešto manji doprinosi netočnosti pri određivanju položaja centra krutosti. Ova dva čimbenika prema procjeni čine 70% doprinosa slučajnom ekscentricitetu.

Za analizu utjecaja slučajnog ekscentriciteta na simetričnim konstrukcijama provesti će se linearno-elastični proračun višemodalnog spektralnog odziva koji preporučuju EC8 propisi. Ovim proračunom uzimaju se u obzir svi relevantni oblici oscilacija čija ukupna suma efektivnih modalnih masa nije manja od 90% ukupne mase konstrukcije, odnosno uzimaju se svi oblici oscilacija konstrukcija čija je modalna masa veća od 5% ukupne mase.

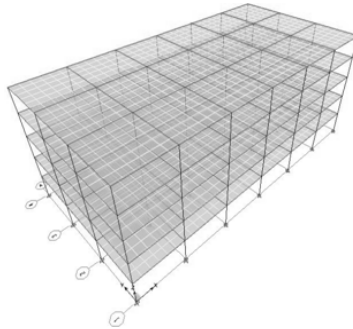
Efekti slučajne torzije u proračunu prostornog modela rezultiraju opterećenjem torzijskim momentima oko vertikalne osi svakog kata. Torzijski momenti određuju se tako da se horizontalne seizmičke sile dobivene u spektralnog proračunu izmaknu za vrijednost slučajnog ekscentriciteta, $M_{ai} = e_{ai} \cdot F_i$. Važno je napomenuti da je slučajna torzija na taj način kompenzirana samo dodatnim statičkim efektom, dakle translacijski i torzijski oblici oscilacija u seizmičkom proračunu nisu povezani. Opcija zadavanja ekscentriciteta u spektralnog proračunu na taj način aktivira se u većini komercijalnih programa za proračun konstrukcija.

2.1 Proračunski modeli

U ovom radu analizirati će se građevine pravilne po visini, jednostavne višekratne okvirne armiranobetonske konstrukcije tlocrtnih dimenzija 18 x 36 m koja ima pet etaža (P+4). Stupovi okvira imaju dimenzije 50/50cm i raspoređeni su pravilno svakih 6m, tako da okviri imaju 3 jednaka raspona u y-smjeru i 6 jednakih raspona u x-smjeru. Sve grede su jednakih dimenzija 30/50 cm, tako da je krutost modela jednoliko raspodijeljena u horizontalnom i vertikalnom smjeru.

Prostorni model definiran je u programu *ETABS ver. 9.5*, u kojem su stropne ploče modelirane kao apsolutno krute dijafragme u horizontalnoj ravnini, a gipke izvan nje. Masa konstrukcije pridružena je mreži čvorova u nivou ploče. Efekt torzijskog djelovanja analiziran je na nizu modela koji svi imaju navedene tlocrtno dimenzije i

raspored okvira, a generirani su iz osnovnog modela variranjem krutosti nosivih okvira.



Slika 1. 3D prikaz modela

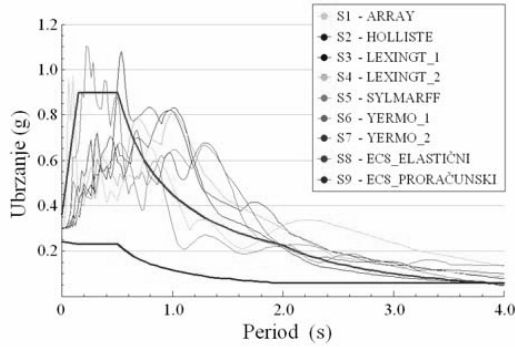
Modeli 1 – Ova grupa modela ima jednoliko distribuiranu masu koja je zadana u čvorovima konstrukcije u nivou ploča. Centar krutosti i centar mase tlocrtno se nalaze u istoj točki. Efekt slučajne torzije na ovim modelima obuhvaćen je statičkim efektom tako da se slučajna torzija nadomješta nizom momenata oko vertikalne osi, $M_{ai} = e_{ai} \cdot F_i$.

Modeli 2 – Kako bi se postigao dinamički efekt slučajnog ekscentriciteta te za vrijeme potresne pobude inducirali i momenti torzije od inercijalnih sila, raspored mase u nivou svake ploče proračunskog modela generiran je u programu *Mathematica 7*, tako da uz linearnu promjenu ostvari propisani slučajni ekscentricitet u smjeru veće tlocrtne dimenzije. U svim modelima u ovoj grupi sačuvana je simetrična krutost konstrukcije, ali je u svakome katu centar mase pomaknut iz centra krutosti za propisani iznos slučajnog ekscentriciteta $e = 1,8 m$. Dakle, dinamički proračun odziva modalnom analizom za ovu grupu modela izvršen je bez aktiviranja opcije ekscentriciteta predviđene u programu *ETABS*.

Promjena krutosti modela izvršena je na dva načina. Prvi je da se jednolikom promjenom krutosti okvira postigne raspon prvog translacijskog perioda u smjeru y od $0,3 s$ do $1,3 s$. Torzijska krutost ove podgrupe modela iznosi $\Omega = T_y/T_\varphi = 1,16$ i neznatno se mijenja. Drugi način promjene krutosti izvršen je na način da se varira krutost vanjskih i unutarnjih okvira zadržavajući konstantnu translacijsku krutost s periodom od $T_y = 0,88 s$, te tako ostvariti promjenu parametra Ω u rasponu od oko $0,8$ do $1,3$.

2.2 Seizmička opterećenja modela

Proračuni svakog modela iz grupe *Modeli 1* i grupe *Modeli 2* provedeni su na horizontalnu komponentu potresnog djelovanja u smjeru y, dakle okomito na smjer dulje tlocrtne dimenzije građevine. Spektri su određeni za potrese iz baze podataka programa za proračun konstrukcija *ETABS ver. 9.5*. i prikazani su na slici 2. Svi potresni zapisi normirani su na jednako maksimalno ubrzanje tla od $0,3g$ te su za njih određeni pripadni spektri. Uz ove spektre zadani su i spektri koje propisuje EC8 za kategoriju tla B i ubrzanje tla od $0,3g$, za proračunski spektar određen je faktor ponašanja konstrukcije u iznosu 3.9. Oba spektra prikazani su na slici 2.



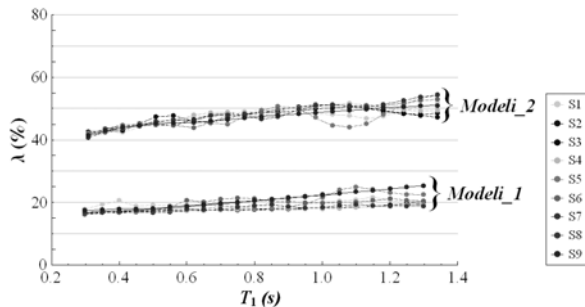
Slika 2. Zadani spektri

3 REZULTATI PRORAČUNA

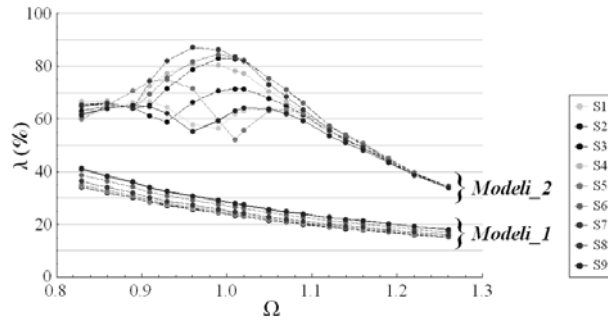
Za analizu torzijskih utjecaja pri potresnom djelovanju rezultati proračuna usporedit će se preko faktora doprinosa od torzijskog djelovanja λ . Taj faktor pokazuje za koliko je pomak točke y_t , uzimajući u obzir djelovanje slučajne torzije veći od translacijskog pomaka centra pripadnog kata y_0 izračunatog za isto seizmičko djelovanje.

$$\lambda = 100(y_t - y_0) / y_0. \quad (1)$$

Na slici 3. prikazani su dijagrami rezultata dobivenih za jednoliku promjenu translacijske krutosti *Modela 1* i *Modela 2*. Iz dijagrama je vidljivo da statičko zadavanje slučajnog ekscentriciteta daje podcjenjene rezultate u odnosu na dinamički proračun. Važno je naglasiti da u proračunu *Modela 1* ne dolazi do povezivanja oblika oscilacija u odzivu i torzijski odziv posljedica je statičkih momenata. Dok je torzijski odziv *Modela 2* zbog dinamičkog efekta inercijalnih sila prikazuje realnije ponašanje konstrukcije za vrijeme potresnog djelovanja. Može se zaključiti da spektari EC8 propisa (S8 i S9) jako dobro pokrivaju proizvoljne spektre zadane na konstrukciju (S1 – S7) ponajviše kod *Modela 1*, ali i u drugoj grupi modela.

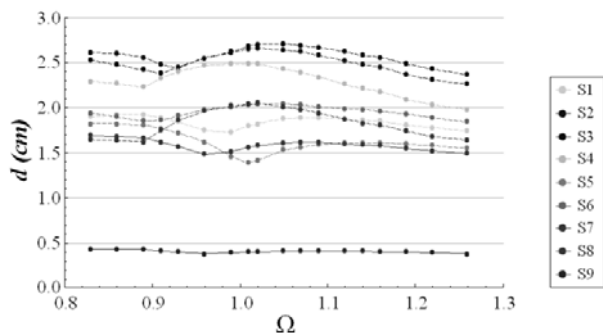


Slika 3. Dijagrami rezultata za jednoliku promjenu krutosti modela



Slika 4. Dijagrami rezultata modela u ovisnosti o parametru Ω

Slika 4. Prikazuje grfički rezultate koji su dobiveni za drugu grupu modela, u kojoj je translacijska krutost osnovnog modela stalna a torzijska krutost se mijenja od 0,8 do 1,3. Krivulje *Modela 1* pokazuju predvidljivo ponašanje, tj. da građevine koje su torzijski fleksibilnije (manji Ω) imaju veće doprinose od torzije, dok povećanjem torzijske krutosti Ω doprinosi torzije se smanjuju. I u ovom slučaju EC8 spektri na *Modelima 1* pokrivaju doprinose proizvoljno odabranih spektara. Dok u rezultatima dobivenim na *Modelima 2* možemo vidjeti kako je Ω značajan parametar na intenzitet torzijskog odziva. Približavanjem području torzijske rezonancije ($0,9 < \Omega < 1,1$) dolazi do sve veće interakcije translacijskog i torzijskog oblika oscilacija. Također je bitno primjetiti da EC8 spektri daju značajno manje vrijednosti doprinosa u odnosu na ostale spektre. U tom području odziv konstrukcije izrazito ovisi o frekventnom sastavu spektra tako da faktor povećanja iznosi od 60% do 85%. Tendenciju ovog nepravilnog ponašanja konstrukcije može se uočiti i na dijagramima koji su prikazani na slici 5. koji prikazuju vrijednosti relativnih pomaka katova konstrukcije za *Modele 2*. U ovim dijagramima je bitno primjetiti i da se vrijednosti pomaka koji su dobiveni za spektre koje preporučuju propisi nalaze ispod svih vrijednosti pomaka koji su uzrokovani proizvoljno odabranim spektralnim zapisima.



Slika 5. Dijagrami relativnih pomaka katova na *Modelima 2* u ovisnosti o parametru Ω

4 ZAKLJUČAK

Pokazano je da rezultati seizmičkog proračuna bitno ovise o načinu na koji se efekt slučajne torzije nadomješta u spektralnom proračunu. Potvrđeno je da uobičajeni način proračuna u kojem je taj efekt nadomješten statičkim torzijskim momentima ne kompenzira dovoljno dinamičke efekte slučajnog ekscentriciteta. Numerički rezultati spektralnog odziva grupe *Modela 2* potvrdili su iznimnu osjetljivost konstrukcija na frekventni sastav potresa u području torzijske rezonancije. Pokazalo se da spektar EC8 u tom području ne zamjenjuje dovoljno efekte djelovanja stvarnih potresa. Za većinu građevina parametar torzijske rezonancije Ω iznosi od 0,8 do 1,5 a upravo je to područje u kojem su konstrukcije najosjetljivije kada je riječ o doprinosu od torzije. To ukazuje na potrebu daljnjeg istraživanja kojima bi se dodatno ispitali dinamički parametri koji pri seizmičkom djelovanju pogoduju torzijskom gibanju građevina u cilju projektiranja konstrukcija sa što većom dozom sigurnosti.

Literatura:

- [1] De La Llera, H.C.; Chopra, A.K., “Evaluation of Code Accidental – Torsion Provisions from Building Records”, *Journal of Engineering*, Vol.120, No.2., 1994, str. 597-616.
- [2] De La Llera, H.C.; Chopra, A.K., “Evaluation of Code Accidental – Torsion Provisions using earthquake records from three nominally symmetric – plan buildings”, Department of Civil Engineering, University of California, Berkeley, 1992.
- [3] Eurocode 8, “Design Provisions for Earthquake of Structures”, European Standard EN1998-1:2004.
- [4] Raduka, V.; Nikolić, M., “Utjecaj slučajne torzije na seizmički odziv simetričnih konstrukcija”, *Građevinar* 62, 2010, str. 951-957.
- [5] Chopra, A.K., “Dynamics of Structures, Theory and Applications to Earthquake Engineering”, Pearson Prantice Hall, 2007.

Autori:

Marija Nikolić, Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet, Zavod za tehničku mehaniku, Fra Andrije Kačića Miošića 26, tel. 01/ 4639-363, fax 01/ 4828-049, e-mail: mnikolic@grad.hr

Verica Raduka, Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet, Zavod za tehničku mehaniku, Fra Andrije Kačića Miošića 26, tel. 01/ 4639-363, fax 01/ 4828-049, e-mail: verar@grad.hr

Valentina Ivanković Mihalj, Sveučilište u Mostaru, Građevinski fakultet, e-mail: Valentina.Ivankovic.Mihalj@hypo-alpe-adria.com

USPOREDBA DINAMIČKIH PARAMETARA ŠTAPNIH SUSTAVA ODREĐENIH ANALITIČKIM I NUMERIČKIM POSTUPCIMA

Nikolić, M., Raduka, V., Škrtić, K.

Sažetak: Formalni matematički model za analizu ponašanja kontinuiranih dinamičkih sustava dan je parcijalnom diferencijalnom jednačicom. Budući da se za veoma mali broj problema iz područja dinamičke analize realnih konstrukcija mogu dobiti analitička rješenja, numeričke metode pomoću kojih se dobivaju približna rješenja su od velikog značaja. Matematički modeli mehaničkih sustava s konačnim brojem koordinata daju relativno jednostavan i praktičan način rješavanja statičkih i dinamičkih problema realnih konstrukcija. U ovom radu za modeliranje sustava koristit će se metoda konačnih elemenata uz diskretnu i konzistentnu matricu masa te će se svojstvene vrijednosti odrediti različitim numeričkim postupcima. Rješenja koja dobivamo numeričkim postupcima samo su aproksimacija stvarnog odziva jer je gibanje opisano ograničenim brojem koordinata. Točnost dobivenih rezultata ovisit će o odabranom broju koordinata. Za odabrane štapne sustave prikazat će se razlike u izračunatim frekvencijama ovisno o odabiru numeričkog postupka i broja koordinata, te će se usporediti rješenja.

Ključne riječi: dinamički parametri, štapni elementi, numeričke metode

1 UVOD

Matematička formulacija fizikalnog modela i metoda proračuna koja se koristi trebala bi biti stabilna i davati zadovoljavajuću aproksimaciju stvarnog ponašanja sustava za pretpostavljene parametre i djelovanja. Numeričke metode danas imaju značajnu prednost u odnosu na analitičke, prije svega jer se algoritmi tih metoda mogu programirati pomoću računala. Jednostavnost programiranja i brzina proračuna uz što manje računalne memorije i vremena osnovne su kriterij pri odabiru numeričke metode. Prema tim kriterijima metoda konačnih elemenata (MKE) ima stanovitu prednost te se najčešće koristi u komercijalnim programima za proračun konstrukcija.

U ovom radu, za svaki odabrani problem formuliran je matematički model u programu *Wolfram Mathematica 8.0* te je na taj način omogućena jednostavna analiza, obrada i grafički prikaz rezultata. Problem oscilacija odabranih sustava definiran je i riješen u analitičkom obliku, te su zatim isti sustavi modelirani metodom konačnih elemenata uz različiti odabir broja elemenata i Rayleigh-Ritz metodom. Analizira se utjecaj odabira broja elemenata i broja Ritzovih vektora na točnost vlastitih frekvencija. Dobivena rješenja uspoređena su s analitičkim. Metoda konačnih elemenata, kao i Rayleigh – Ritz metoda svode realne sustave distribuirane mase i krutosti na diskretizirane, s konačnim brojem stupnjeva slobode, i znatno smanjuju broj nepoznanica i veličinu sustava jednačbi s kojima se vrši proračun. Pomoću obje metode je moguće sa smanjenim brojem nepoznanica velikom točnošću riješiti realne sustave.

2 KONTINUIRANI I DISKRETNİ SUSTAVI

Rješenja statičkih ili dinamičkih odziva mehaničkih sustava koja dobivamo numeričkim postupcima samo su aproksimacija stvarnog ponašanja sustava jer se za opis gibanja odabire ograničeni broj koordinata, te i točnost rezultata ovisi o tom broju. Pošto veći broj koordinata omogućava bolju aproksimaciju rješenja, samo beskonačan broj koordinata dao bi egzaktno rješenje. To znači da takvim pristupom ne možemo odrediti egzaktno rješenje.

Formalni matematički pristup dinamičkoj analizi kontinuiranih sustava rezultira parcijalnom diferencijalnom jednačbom u kojoj su pomaci funkcije vremena i položaja u sustavu. Parcijalne diferencijalne jednačbe različitih tipova kontinuiranih sustava (ploča, zid, štap, ljuska) mogu se odrediti uvažavajući potreban broj nezavisnih varijabli. Ovdje su analizirani samo jednodimenzionalni štapni sustavi (greda za različite rubne uvjete) za koje su određena analitička rješenja i uspoređena s rezultatima numeričkih metoda. Parcijalna diferencijalna jednačba štapnog sustava ovisi o dvije nezavisne varijable: vrijeme i udaljenost duž elastične osi grede. Moguće je odrediti i jednačbe gibanja za složenije jednodimenzionalne sustave sastavljene od elementa spojenih u trodimenzionalnom prostoru, te kojima su fizikana svojstva različita i variraju duž osi elementa. No rješenja jednačbi oscilacija za tako složene sustave se većinom mogu odrediti samo numerički. I u slučaju kada je moguće odrediti analitičko rješenje formulacija s diskretnim i generaliziranim koordinatama ima prednost zbog jednostavnijeg postupka proračuna.

2.1 Analitičko rješenje slobodnih oscilacija štapnog elementa

Parcijalna diferencijalna jednačba oscilacija štapnog elementa izvodi se iz dinamičke ravnoteže diferencijalno malog segmenta. Za razliku od standardnog statičkog odnosa sila u slučaju dinamičke ravnoteže potrebno je uključiti i inercijalne sile. Ako zanemarimo veličine višeg reda te se za određivanje vlastitih frekvencija i oblika oscilacija ograničimo na gredu jednolike fleksijske krutosti EI i jednolike mase \bar{m} po jedinici duljine, parcijalna diferencijalna jednačba slobodnih oscilacija glasi:

$$EI \frac{\partial^4 u(x,t)}{\partial x^4} + \bar{m} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = 0. \quad (1)$$

Ova parcijalna diferencijalna jednačba može se riješiti separacijom varijabli funkcije $u(x,t) = \psi(x)Y(t)$ što dovodi do razdvajanja u dvije diferencijalne jednačbe čija su rješenja:

$$Y(t) = Y(0) \cos \omega t + \frac{\dot{Y}(0)}{\omega} \sin \omega t, \quad (2)$$

$$\psi(x) = A_1 \cos(ax) + A_2 \sin(ax) + A_3 \cosh(ax) + A_4 \sinh(ax), \quad (3)$$

u kojima je:

$$\omega^2 = \frac{a^4 EI}{\bar{m}}. \quad (4)$$

Konstante u funkciji oblika oscilacija $\psi(x)$ moraju zadovoljiti zadane rubne uvjete (pomak, tangentu, moment ili poprečnu silu) na krajevima grede. Uzimajući u obzir rubne uvjete, bilo koje tri od četiri konstante mogu se izraziti preko četvrte. Četvrta

konstanta ne može se direktno odrediti u analizi slobodnih oscilacija jer predstavlja proizvoljnu amplitudu funkcije oblika $\psi(x)$. U tablici 1. određene su funkcije oblika oscilacija za grede s različitim uvjetima oslanjanja te su prema izrazu (4) određene analitičke vrijednosti frekvencija za betonsku gredu fleksijske krutosti $EI=16875 \text{ kNm}^2$ duljine 4 m .

SLOBODNO OSLO NJENA GREDA		Rubni uvjeti:	$\psi(0) = 0$ $\psi(L) = 0$	$M(0) = EI\psi''(0) = 0$ $M(L) = EI\psi''(L) = 0$
Funkcija oblika oscilacija: $\psi_n(x) = A \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right)$				
N	$a_n L$	$EI = 16875 \text{ [kNm}^2\text{]}$ $L = 4 \text{ [m]}$	$\omega_n \text{ [r/s]}$	
1	π		168,931	
2	2π		675,726	
3	3π		1520,38	
OBOSTRANO UPETA GREDA		Rubni uvjeti:	$\psi(0) = 0$ $\psi(L) = 0$	$\psi'(0) = 0$ $\psi'(L) = 0$
Funkcija oblika oscilacija: $\psi_n(x) = A \left[\cos(a_n x) - \cosh(a_n x) + \frac{\cos(a_n L) - \cosh(a_n L)}{\sin(a_n L) - \sinh(a_n L)} [\sinh(a_n x) - \sin(a_n x)] \right]$				
N	$a_n L$	$EI = 16875 \text{ [kNm}^2\text{]}$ $L = 4 \text{ [m]}$	$\omega_n \text{ [r/s]}$	
1	4,7300		383,942	
2	7,8532		1055,76	
3	10,9956		2069,43	
JEDNOSTRANO UPETA GREDA		Rubni uvjeti:	$\psi(0) = 0$ $\psi(L) = 0$	$\psi'(0) = 0$ $M(L) = EI\psi''(L) = 0$
Funkcija oblika oscilacija: $\psi_n(x) = A \left[\sin(a_n x) - \sinh(a_n x) + [\cosh(a_n x) - \cos(a_n x)] \tanh(a_n L) \right]$				
N	$a_n L$	$EI = 16875 \text{ [kNm}^2\text{]}$ $L = 4 \text{ [m]}$	$\omega_n \text{ [r/s]}$	
1	3,9266		263,903	
2	7,0686		855,219	
3	10,2102		1784,36	
KONZOLA		Rubni uvjeti:	$\psi(0) = 0$ $M(L) = EI\psi''(L) = 0$	$\psi'(0) = 0$ $T(L) = EI\psi'''(L) = 0$
Funkcija oblika oscilacija: $\psi_n(x) = A \left[\cos(a_n x) - \cosh(a_n x) + \frac{\cos(a_n L) + \cosh(a_n L)}{\sin(a_n L) + \sinh(a_n L)} [\sin(a_n x) - \sinh(a_n x)] \right]$				
N	$a_n L$	$EI = 16875 \text{ [kNm}^2\text{]}$ $L = 4 \text{ [m]}$	$\omega_n \text{ [r/s]}$	
1	1,8751		60,181	
2	4,6941		377,151	
3	7,8547		1056,01	

Tablica 1. Analitičke vrijednosti dinamičkih parametara

2.2 Numerički model

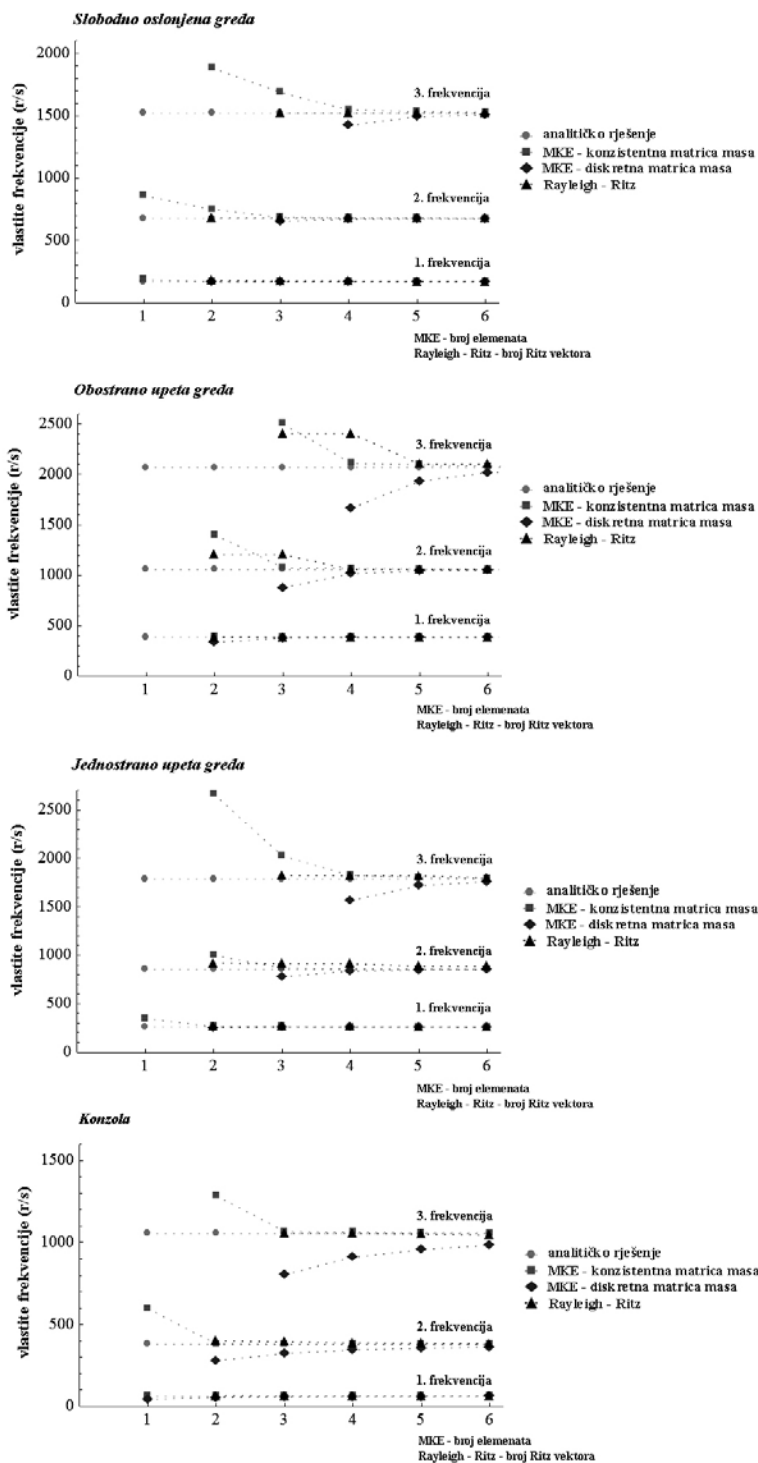
Koncept konačnih elementa kombinira određena svojstva diskretnih i generaliziranih postupaka. Modeliranje konačnim elementima zasniva se na opisu deformacije sustava pomoću konačnog broja odabranih diskretnih koordinata. Osnovna ideja koja je dala prednost MKE u odnosu na ostale numeričke metode je odabir koordinatnih funkcija koje se definiraju lokalno, odnosno na odabranom broju konačnih elemenata. Upravo se povoljnim odabirom koordinatnih funkcija, koje su definirane samo lokalno, problem deformacije cijelog područja ne ograničava samo na sustave određenog oblika. Takva aproksimacija donijela je i niz prednosti, npr. koordinatne funkcije za određeni tip elementa uvijek su istog oblika i puno su jednostavnije, jer ne zahvaćaju cijelo područje modeliranog sustava. Bolja aproksimacija rješenja postiže se povećanjem broja elemenata, odnosno odabirom većeg broja koordinata.

Koristeći MKE diskretiziran je model kontinuirane grede za različite rubne uvjete i različit broj konačnih elemenata. Za rješavanje problema oscilacija štapnog elementa bilo je potrebno definirati krutost i masu tako diskretiziranog sustava. Problem definiranja matrice krutosti sustava svodi se na određivanje krutosti tipičnog elementa uz odabrane koordinatne funkcije i zbrajanja koeficijenata krutosti elemenata koji se spajaju u čvorovima. Tako oblikovana matrica krutosti je singularna te je potrebno uvrstiti rubne uvjete, odnosno ukloniti one retke i stupce kojima nisu omogućeni pomaci. Najjednostavniji način definiranja matrice mase sustava zasniva se na pretpostavci da je ukupna masa koncentrirana u čvorovima u kojima su definirani pomaci sustava. Ovako formirana matrica masa ima dijagonalan oblik. Realniji prikaz inercijalnih sila postiže se konzistentnom matricom masa u kojoj su koeficijenti određeni uz jednoliku distribuciju mase koristeći iste koordinatne funkcije kao i za koeficijente krutosti. Za određivanje koeficijenata krutosti i koeficijenata konzistentne matrice mase ravnih štapnih elemenata uobičajeno se koriste polinomi trećeg stupnja.

2.4 Numerička metoda Rayleigh-Ritz

Drugi numerički postupak kojim je proveden proračun svojstvenih vrijednosti i oblika jednostavnih statičkih sustava je metoda Rayleigh – Ritz. Ona sadrži proširenje starije Rayleighove metode koje je predložio W. Ritz 1909. godine. Ta metoda je originalno razvijena za sustave s distribuiranom masom i krutošću, ali u ovom radu je korištena za sustave s ograničenim brojem dinamičkih stupnjeva slobode i diskretiziranim masom. Ideja postupka je odrediti svojstvene vrijednosti sustava pomoću mnogo manjeg broja Ritz vektora nego što je stupnjeva slobode. Rješenje uvelike ovisi o odabiru Ritz vektora, pa je najpogodnije za n takvih vektora uzeti prvih n oblika oscilacija konstrukcije s aproksimiranim vrijednostima pomaka. Za jednostavne nosače su poznate i analitičke funkcije koje opisuju oblike oscilacija i relativno ih je lako zamijeniti odgovarajućim polinomima koji moraju zadovoljavati rubne uvjete. Ritz vektori su ortogonalni i konačni vlastiti oblici dobiveni proračunom su njihova linearna kombinacija. Proračun je proveden s deset dinamičkih stupnjeva slobode i promatrane su vrijednosti prve tri vlastite frekvencije u ovisnosti o broju Ritz vektora koji se kreće u rasponu od dva do šest.

3 ANALIZA REZULTATA



Slika 1. Grafički prikaz rezultata

Na Slici 1. grafički su prikazani rezultati provedenih proračuna. Za sva četiri primjera grede vidljivo je da MKE konvergira povećanjem broja konačnih elemenata. MKE koja koristi konzistentnu matricu masa daje uvijek veće vrijednosti od egzaktnog rješenja, dok MKE s diskretnom matricom masa daje aproksimaciju rješenja koja je uvijek manja od analitičke. Također, može se uočiti da korištenjem konzistentne matrice uz isti broj elemenata dobivamo bolju aproksimaciju nego diskretnom jer konzistentna puno bolje opisuje distribuciju mase mehaničkog sustava, ali je matrica masa puna matrica i za jako velike sustave jednadžbi potrebno je puno više računalne memorije i vremena za rješavanje takvog sustava. Stoga je "jeftinije" za proračun koristiti diskretnu matricu masa uz veći broj konačnih elemenata nego konzistentnu matricu.

Iznosi vlastitih frekvencija izračunatih metodom Rayleigh – Ritz za slučajeve sva četiri tipa grednih nosača konvergiraju analitičkim iznosima, kao što je vidljivo na dijagramima na Slici 1. Ako se poveća broj Ritz vektora uzetih u obzir pri formulaciji problema slobodnih oscilacija, aproksimacija vlastitih frekvencija je točnija. Za samo dva odabrana Ritz vektora i deset dinamičkih stupnjeva slobode prva frekvencija odstupa od analitičkog rješenja 8.04% (slobodno oslonjena greda), 0.08% (obostrano upeta greda), 1.92% (jednostrano upeta greda) i 3.11% (konzola). Za šest odabranih Ritz vektora vrijednosti prve vlastite frekvencije znatno se približavaju analitičkim i relativna pogreška iznosi 0.87% (slobodno oslonjena greda), 0.25% (obostrano upeta greda), 0.13% (jednostrano upeta greda) i 1.21% (konzola). Rezultati pokazuju isti trend smanjivanja relativne pogreške i za vrijednosti druge i treće vlastite frekvencije.

5 ZAKLJUČAK

Vlastite frekvencije određene Rayleigh-Ritz metodom puno brže konvergiraju točnom rješenju od MKE osim u primjeru obostrano upete grede. Može se zaključiti da konvergencija metode ovisi o odabranom statičkom sustavu, kao i o odabiru Ritz vektora. U prikazanom proračunu su odabrani povoljni Ritz vektori, koji s velikom točnošću prate prvih šest očekivanih oblika oscilacija. U slučaju odabira Ritz vektora koji više odstupaju od oblika oscilacija, aproksimacija rješenja je puno lošija.

Literatura:

- [1] Sekulović, M., "Metoda konačnih elemenata", Iro Građevinska knjiga, Beograd, 1984.
- [2] Chopra, A.K., "Dynamics of Structures, Theory and Applications to Earthquake Engineering", Pearson Prantice Hall, 2007.
- [3] Clough, R.W., Penzien, J., "Dynamics of Structures-3rd Edition", McGraw-Hall Book Co., New York, 2003.

Autori:

Marija Nikolić, Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zavod za tehničku mehaniku, Fra Andrije Kačića Miošića 26, tel. 01/ 4639-363, fax 01/ 4828-049, e-mail: mnikolic@grad.hr

Verica Raduka, Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zavod za tehničku mehaniku, Fra Andrije Kačića Miošića 26, tel. 01/ 4639-363, fax 01/ 4828-049, e-mail: verar@grad.hr

Kristina Škrtić, studentica doktorskog studija Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu, e-mail: kskrtic@grad.hr

ANALIZA IZVIJANJA GREDNIH NOSAČA USLIJED PROMJENE TEMPERATURE

Pešić, I., Lanc, D., Turkalj, G.

Sažetak: Rad prezentira numerički model za analizu izvijanja grednih konstrukcija uslijed promjene temperature. Koncept analize izvijanja u smislu određivanja kritičnog opterećenja u ovome se slučaju mijenja u smislu određivanja kritične temperature kod koje konstrukcija gubi nosivost. Numerički algoritam razvijen je koristeći jednodimenzionalni prostorni gredni konačni element. Gredni je element pravocrtan i prizmatičan. Uključeni su efekti prostornih pomaka, a također, preko nelinearnog polja pomaka i efekti prostornih rotacija. Deformacije su pretpostavljene malima. Nadalje, pretpostavljeno je da se pri deformiranju projekcija srednje kontura poprečnoga presjeka u vlastitu ravninu ne mijenja, a posmične su deformacije u srednjoj plohi zanemarene. Istraživanje je u razvojnoj fazi tako da su prikazani tek prvi dobiveni rezultati testiranja algoritma.

Ključne riječi: gredni nosači, termičko izvijanje, kritična temperatura izvijanja

1 UVOD

Zbog složenosti oblika grednih odnosno okvirnih konstrukcija i njihovo je ponašanje složeno, a što je posebice izraženo u povećanoj sklonosti ka gubitku stabilnosti deformacijske forme i pojavi izvijanja. Stoga je u optimalnom dizajnu takvih konstrukcija potrebno posebnu pažnju posvetiti točnom određivanju graničnog stanja stabilnosti deformacijskih formi, odnosno čvrstoće na izvijanje.

Za opis nelinearnog odziva gredne konstrukcije posebno je pogodan *korotacijski* inkrementalni formulacijski pristup koji je u ovome radu i korišten. Za razliku od *total* ili *updated Lagrangian* formulacije, pretpostavljajući korotacijski pristup, pomicanje elementa iz originalne nedeformirane konfiguracije u deformiranu može se promatrati odvojeno, najprije kao relativno mala deformacija u lokalnom koordinatnom sustavu, a potom kao pomak elementa kao krutog tijela zajedno s lokalnim koordinatnim sustavom fiksiranim za element a što uključuje geometrijsku nelinearnost. Svi nelinearni efekti u smislu problema velikih pomaka i velikih rotacija sadržani su kroz transformaciju iz lokalnog u globalni koordinatni sustav. Lokalni koordinatni sustav ostaje vezan za konačni element tijekom cjelokupnog procesa deformiranja i giba se zajedno s elementom te se stoga na nivou konačnog elementa u lokalnom sustavu sve nelinearne komponente deformacije mogu zanemarene.

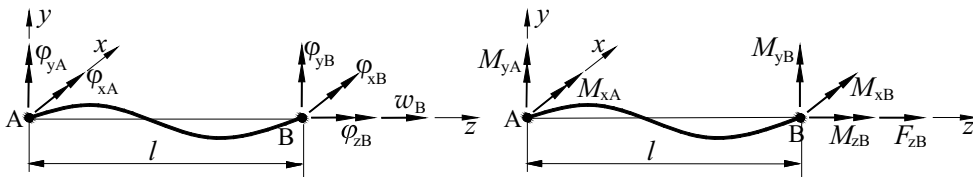
Kako ovaj rad predstavlja nadopunu grednog konačnolementnog modela već duže vrijeme razvijanog od strane autora, a također i u više navrata prezentiranog odnosno publiciranog [4, 5, 6], ovdje će biti ukratko prezentirana samo teoretska osnova spomenute nadogradnje.

Kod greda izloženih promjeni temperature uzdužna se vlakna grede nastoje produljiti u aksijalnom smjeru, a ukoliko je to produljenje onemogućeno, kao posljedica se javljaju aksijalna naprezanja u uzdužnim vlaknima a što pak može prouzročiti izvijanje takvog nosača [3]. Iz tog je razloga pojava gubitka stabilnosti konstrukcije definirana kritičnom temperaturom izvijanja koja je određena trenutkom kod kojeg deformacija izvijanja naglo raste.

Zbog jednostavnosti u ovome je radu modul elastičnosti materijala E , tretiran konstantnim bez obzira na činjenicu da je on u stvarnosti ovisan o promjeni temperature [2, 7].

2 TERMIČKO OPTEREĆENJE GREDNOG KONAČNOG ELEMENTA

Sl. 1. prikazuje gredni konačni element s dva čvora u lokalnom koordinatnom sustavu.



Sl. 1. Gredni konačni element

Vektori čvornih pomaka i čvornih sila i -tog konačnog elementa su:

$$\left(\mathbf{u}^e \right)^T = \left\{ w_B, \varphi_{zB}, \varphi_{xA}, \varphi_{xB}, \varphi_{yA}, \varphi_{yB} \right\} . \quad (1)$$

$$\left(\mathbf{f}^e \right)^T = \left\{ F_{zB}, M_{zB}, M_{xA}, M_{xB}, M_{yA}, M_{yB} \right\} . \quad (2)$$

Od šest stupnjeva slobode za termičke je diletacije relevantan jedino uzdužni translacijski pomak. Uslijed značajno manjih dimenzija nosača na pravcima preostale dvije koordinatne osi, termička se diletacija u ravnini poprečnog presjeka zanemaruje a što je u skladu i s pretpostavkom o nepromijenjivosti projekcije konture poprečnog poprečnog presjeka grednog elementa. Temperaturne promjene također nemaju utjecaj na rotacijske stupnjeve slobode [1]. Osnovna jednačba konačnog elementa i dalje ima isti oblik uz dopunu vektorom termičkog čvornog opterećenja.

$$\left(\mathbf{f}_t^e \right)^T = \left\{ (EA \cdot \alpha \cdot \Delta T), 0, 0, 0, 0, 0 \right\} . \quad (3)$$

pri čemu α označava toplinski koeficijent rastezanja dok ΔT predstavlja prirast temperature.

Jednačba ravnoteže konačnog elementa bit će:

$$\mathbf{k}_T^e \mathbf{u}^e = \mathbf{f}^e - \mathbf{f}_t^e , \quad (4)$$

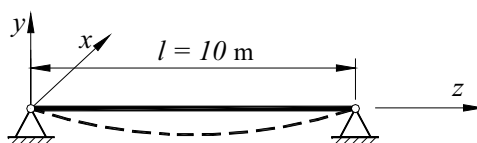
gdje je lokalna tangentna matrica krutosti konačnog elementa \mathbf{k}_T^e , vektor čvornih pomaka je \mathbf{u}^e dok su \mathbf{f}^e i \mathbf{f}_t^e vektori mehaničkog odnosno termičkog čvornog opterećenja konačnog elementa.

Transformiranje jednačbe konačnog elementa i lokalnog u globalni koordinatni sustav izvedeno je u skladu s korotacijskom formulacijom shodno načinima izloženim

u prethodnim radovima [4, 5, 6], a gdje je također razrađen i postupak formiranja i rješavanja globalne jednadžbe konstrukcije.

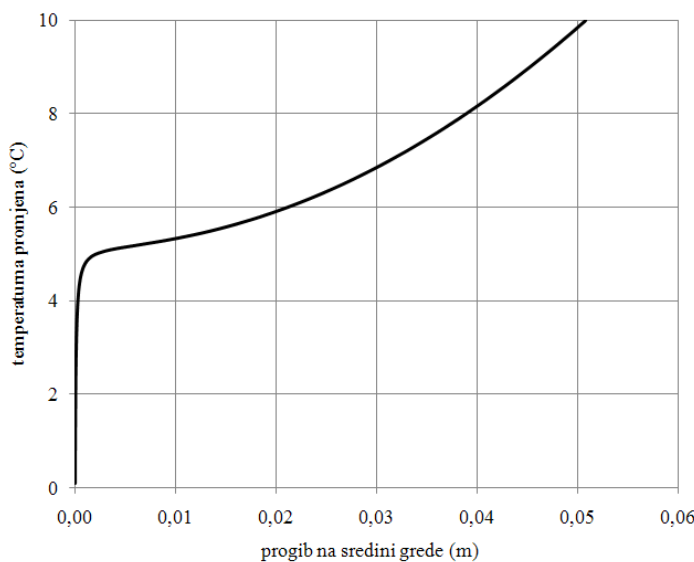
3 PRIMJER

Sl. 2. prikazuje prostu gredu duljine $l = 10$ m. Geometrijske značajke poprečnog prejeka grede su: $I_x = 8.333$ m⁴, $A = 0.01$ m². Modul elastičnosti materijala je $E = 210$ GPa, a koeficijent toplinskog rastezanja $\alpha_t = 1.25 \cdot 10^5$ 1/°C. Greda je jednoliko zagrijavana a za iniciranje izvijanja na sredini grede na pravcu osi y nadodana je bočna sila $\Delta F = 10$ N.



Sl. 2. Geometrija grede

Iz dijagrama na sl. 3. vidljiv je odnos progiba na sredini grede i temperaturne promjene ΔT . Teoretska vrijednost kritičnog prirasta temperature izvijanja za ovaj slučaj iznosi $\Delta T_{kr} = 6.58$ °C.



Sl. 3. Dijagram *temperatura-progib*

3 ZAKLJUČAK

Izrađen je gredni konačoelementni model za simulacija izvijanja pri povećanju temperature. U svrhu verifikacije dobivenog rezultata izvršena je usporedbom s teoretskom vrijednošću kritične temperature izvijanja, a s obzirom da je uočeno da model prepoznaje istu, ova se verifikacija može smatrati uspješnom.

Kako je konačna namjera izraditi model za analizu izvijanja laminatno kompozitnih grednih konstrukcija, buduće će aktivnosti biti usmjerene k tome cilju.

Literatura:

- [1] Brnić, J.; Čanađija, M. “Analiza deformabilnih tijela metodom konačnih elemenata”, Fintrade & Tours d.o.o., Rijeka, 2009.
- [2] Bradford M.A. “In-plane nonlinear behaviour of circular pinned arches with elastic restraints under thermal loading”, International Journal of Structural Stability and Dynamics, Vol. 6., No. 2, 2006, str. 163-177.
- [3] Pi, Y.L.; Bradford M.A. “Thermoelastic lateral-torsional buckling of fixed slender beams under linear temperature gradient”, International Journal of Mechanical Sciences, No. 50, 2008, str. 1183-1193.
- [4] Turkalj, G., Brnić, J., “Nonlinear stability analysis of thin-walled frames”, Journal of Structural Stability and Dynamics, Vol.4, No.1., 2004, str. 45-67.
- [5] Turkalj, G., Brnić, J., Prpic Orsić, J., “ESA formulation for large displacement analysis of framed structures with elastic-plasticity”, Computers & Structures, Vol.82, 2004, str. 2001-2013.
- [6] Turkalj, G.; Lanc, D.; Brnić, J., “Large displacement analysis of elastic-plastic framed structures under creep regimes”, International Journal of Structural Stability and Dynamics, Vol. 9, No. 1, 2009, str. 61-83
- [7] Woo, J.; Meguid S.A.; Liew, K.M. “Thermomechanical postbuckling analysis of functionally graded plates and shallow cylindrical shells”, Acta Mechanica, No. 165, 2003, str. 99-115.

Autori:

Igor Pešić, Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet, Zavod za tehničku mehaniku, Vukovarska 58, tel. 051 651503, fax 051 651490, e-mail: ipestic@riteh.hr, web stranica: www.riteh.uniri.hr/zav_katd_sluz/zav_teh_meh/katedre/cvr_kon/Pages/Katedra.htm

Domagoj Lanc, Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet, Zavod za tehničku mehaniku, Vukovarska 58, tel. 051 651495, fax 051 651490, e-mail: dlanc@riteh.hr, web stranica: www.riteh.uniri.hr/zav_katd_sluz/zav_teh_meh/katedre/cvr_kon/Pages/Katedra.htm

Goran Turkalj, Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet, Zavod za tehničku mehaniku, Vukovarska 58, tel. 051 651499, fax 051 651490, e-mail: goran.turkalj@riteh.hr, web stranica: www.riteh.uniri.hr/zav_katd_sluz/zav_teh_meh/katedre/cvr_kon/Pages/Katedra.htm

ANALIZA UNUTARNJIH SILA I POMAKA U KUĆIŠTU STATORA HIDROGENERATORA OD OKRETNOG ELEKTROMAGNETSKOG MOMENTA

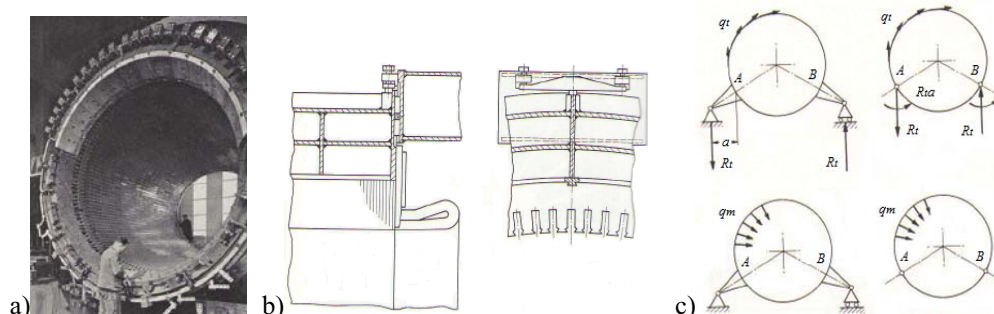
Pustaić, M., Wolf, H., Pustaić, D.

Sažetak: U radu se razmatraju problemi čvrstoće i krutosti kućišta statora hidrogeneratora horizontalne izvedbe. Ta je analiza posebno važna i zanimljiva kod generatora čiji rotor, a onda i stator, imaju velike promjere (3 m i više). Važno je da kućište statora hidrogeneratora ima dovoljno veliku krutost kako pomaci pojedinih karakterističnih točaka statora ne bi bili preveliki i time promijenili geometriju statora, odnosno utjecali na promjenu zračnog rasporeda između rotora i statora. Od različitih vrsta opterećenja koja djeluju na konstrukciju kućišta statora hidrogeneratora razmatrat će se samo utjecaj okretnog elektromagnetskog momenta M_t . To se opterećenje modelira kao jednoliko raspodijeljeno kontinuirano opterećenje q_t koje djeluje u tangencijalnom smjeru na kućište statora. To je antisimetrično opterećenje na simetričnu konstrukciju statora hidrogeneratora. U analizi su korištene analitičke, energijske metode. Varirani su geometrijski parametri statora kao što su: polumjer statora R , duljina nosača statora a i kut α koji definira mjesto pričvršćenja nosača statora na kućište. Kut α u gradnji generatora kreće se u granicama od 90° do 150° , dok parametar a/R poprima vrijednosti od 0 do 0,5. Izvedene su geometrijske funkcije ovisne o tim parametrima te su izračunate njihove vrijednosti i dijagramski su prikazane. U zaključku rada bit će dan kritički osvrt na dobivene rezultate.

Ključne riječi: Kućište statora hidrogeneratora, analiza unutarnjih sila i pomaka, opterećenje statora elektromagnetskim momentom

1 UVOD

Konstrukcija kućišta statora velikih hidrogeneratora je složena i zahtjevna s puno specifičnih konstrukcijskih detalja. Poznavanje tih detalja zahtjeva veliko znanje i iskustvo konstruktora hidrogeneratora. U radu je težište na horizontalnoj izvedbi hidrogeneratora većih promjera, jer je kod njih utjecaj vlastite težine statora na pomake i naprezanja značajan. Na slici 1a prikazano je kućište statora hidrogeneratora velikog promjera s uložnim statorskim namotom, [8].



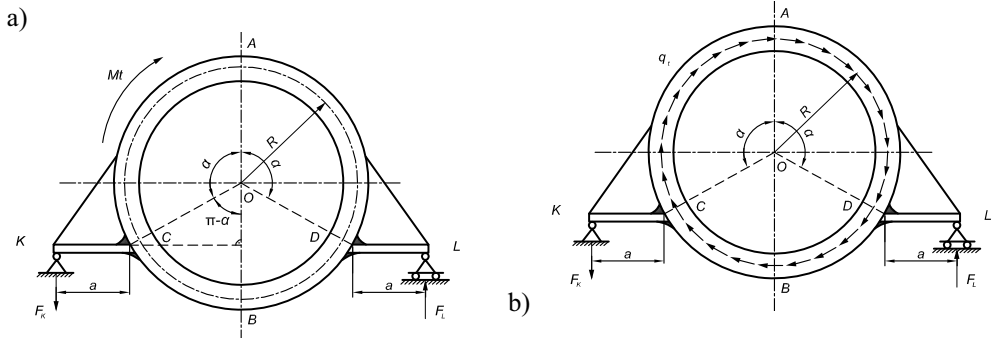
Sl. 1. a) Kućište statora hidrogeneratora, b) ortotropna izvedba kućišta statora s uložnim statorskim paketom i statorskim namotom, c) opterećenje kućišta statora okretnim elektromagnetskim momentom i silama magnetskog privlačenja

Kućište statora izvodi se s uzdužnim letvama (rebrima, štapovima) i kružnim (cirkularnim) rebrima kako je to prikazano na slici 1b. Takvom konstrukcijom postiže se velika krutost kućišta, što se i zahtjeva u eksploataciji. Takvo konstrukcijsko rješenje predstavlja ortotropnu izvedbu. U radu se detaljno razmatra utjecaj okretnog elektromagnetskog momenta na naprezanja i pomake. Utjecaj vlastite težine kućišta statora zajedno sa statorskim paketom i statorskim namotom kao i utjecaj sila magnetskog privlačenja neće se razmatrati u ovome radu.

2 KUĆIŠTE STATORA HIDROGENERATORA OPTEREĆENO OKRETNIM ELEKTROMAGNETSKIM MOMENTOM

2.1 Okretni elektromagnetski moment modelira se s jednoliko raspodijeljenim tangencijalnim silama

Stator hidrogeneratora shematizira se kao tanki kružni prsten s polumjerom centralne osi R , oslonjen na dva radijalna ležaja. Prsten je kruto vezan s dvije fleksijski podatljive konzole u točkama C i D preko kojih se ležajevima oslanja na temelje. Duljina svake od konzola je a , a zavarom su vezane za prsten pod kutom α prema vertikali. U eksploataciji na stator horizontalnog hidrogeneratora djeluje moment torzije M_t koji je rezultat djelovanja jednoliko raspodijeljenih tangencijalnih sila q_t po obodu tankog kružnog prstena što je prikazano na slici 2b. Jednoliko raspodijeljeno kontinuirano opterećenje q_t odnosi se na jedan radijan kružnog luka pa mu je mjerna jedinica [N/rad], odnosno [Nm/m]. Veličina jednoliko raspodijeljenog kontinuiranog opterećenja q_t određuje se pomoću momenta torzije M_t prema izrazu $q_t = M_t / 2\pi R$.



Sl. 2. a) Okretni elektromagnetski moment M_t djeluje na kućište statora hidrogeneratora, b) na kućište statora djeluje jednoliko raspodijeljeno kontinuirano opterećenje q_t

Moment torzije M_t uravnoteže reakcije u ležajevima F_K i F_L koje čine spreg sila. Njihova veličina određuje se iz uvjeta statičke ravnoteže postavljanjem sume momenata oko točke O . Budući da je opterećenje q_t jednoliko raspodijeljeno po opsegu tankog prstena potrebno ga je integrirati pa suma momenata glasi

$$\int_0^{2\pi} q_t \cdot R \cdot d\varphi - F_K \cdot 2 \cdot [a + R \cdot \sin(\pi - \alpha)] = 0. \quad (1)$$

Oдавде se odrede reakcije u ležajevima te iznose $F_K = F_L = \pi \cdot q_t / ((a/R) + \sin \alpha)$.

2.2 Simetrična konstrukcija kućišta statora antimetrično opterećena

Konstrukcija kućišta statora horizontalnog hidrogeneratora simetrična je s obzirom na vertikalnu os $A-B$ i simetrično je oslonjena i učvršćena, ali je istovremeno antimetrično opterećena. Ako je konstrukcija simetrična i antimetrično opterećena, dovoljno je promatrati samo jednu polovicu konstrukcije, prema slici 3b, čime se olakšava proračun, budući da se primjenom uvjeta simetrije smanjuje statička neodređenost konstrukcije. Kod simetričnih konstrukcija antimetrično opterećenih, simetrične veličine u presjecima simetrije jednake su nuli. Budući da potječu od simetrične komponente naprezanja σ , uzdužne sile N_A i N_B te momenti savijanja M_A i M_B u presjecima simetrije A i B jednaki su nuli. Poprečne sile Q_A i Q_B različite su od nule, jer potječu od antimetrične komponente naprezanja τ . Postavljanjem uvjeta statičke ravnoteže za lijevu polovicu kućišta statora dobivamo jednadžbu ravnoteže u obliku

$$\int_0^{\pi} q_t \cdot \sin \varphi \cdot d\varphi - Q_A - Q_B - F_K = 0. \quad (2)$$

Nakon integriranja i sređivanja dobije se jedna jednadžba s dvije nepoznanice Q_A i Q_B

$$2q_t - Q_A - Q_B - F_K = 0. \quad (3)$$

Kako nam za računanje poprečnih sila u presjecima simetrije A i B stoji na raspolaganju samo jedna jednadžba (3) u kojoj su dvije nepoznanice Q_A i Q_B , zadatak je jedanput statički neodređen *iznutra*. Zato je potrebno postaviti jednu dopunsku jednadžbu primjenom *teorema o minimumu energije deformiranja*. Ako se za prekobrojnu silu odabere poprečna sila u presjeku A , Q_A , onda teorem o minimumu energije deformiranja glasi: $\partial U / \partial Q_A = 0$. Iz tog se uvjeta dobije druga jednadžba za određivanje nepoznatih poprečnih sila u presjecima A i B . U tom izrazu U označava energiju deformiranja od savijanja.

2.3 Definicija momenata savijanja i energija deformiranja od savijanja

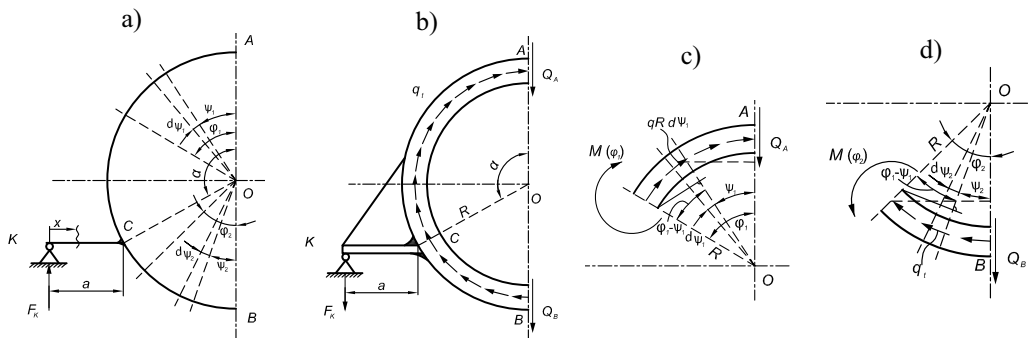
Momenti savijanja u pojedinim presjecima po konturi kućišta statora od točke A do točke B definirani su slikom 3c i d. Kako je kućište statora kruto vezano za nosač u točki C , postoje dva područja integracije: prvo od točke A do točke C i drugo od točke B do točke C . Moment savijanja $M(\varphi_1)$ na presjeku pod kutom φ_1 , prema slici 3c, određuje se iz sume momenata za promatrani dio prstena s obzirom na težište presjeka. Tako se dobije

$$M(\varphi_1) = -Q_A \cdot R \cdot \sin \varphi_1 - \int_0^{\varphi_1} q_t \cdot [R - R \cdot \cos(\varphi_1 - \psi_1)] \cdot d\psi_1 \quad (4)$$

te nakon integriranja i sređivanja slijedi analitički izraz za moment savijanja $M(\varphi_1)$

$$M(\varphi_1) = -Q_A \cdot R \cdot \sin \varphi_1 - q_t \cdot R \cdot (\varphi_1 - \sin \varphi_1). \quad (5)$$

Moment savijanja $M(\varphi_2)$ na presjeku definiranom kutom φ_2 , prema slici 3d, određuje se iz sume momenata oko težišta presjeka te iznosi



Sl. 3. a) Geometrija kućišta statora i definicija varijabli potrebnih za određivanje momenata savijanja, b) konstrukcija kućišta statora horizontalnog hidrogenatora simetrična je i simetrično je oslonjena, ali je istovremeno antisimetrično opterećena, c) i d) element kružnog prstena s pripadajućim opterećenjem i unutarnjim silama

$$M(\varphi_2) = Q_B \cdot R \cdot \sin \varphi_2 + \int_0^{\varphi_2} q_t \cdot [R - R \cdot \cos(\varphi_2 - \psi_2)] \cdot d\psi_2. \quad (6)$$

Integriranjem izraza (6) dobije se analitički izraz za računanje momenta $M(\varphi_2)$

$$M(\varphi_2) = (2q_t - Q_A - F_K) \cdot R \cdot \sin \varphi_2 + q_t \cdot R \cdot (\varphi_2 - \sin \varphi_2). \quad (7)$$

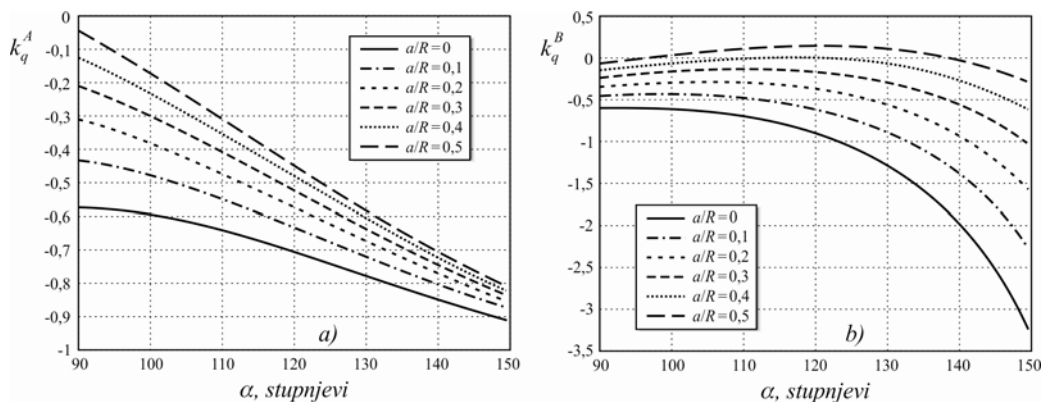
Uvrštavajući analitičke izraze za momente savijanja $M(\varphi_1)$ i $M(\varphi_2)$ zajedno s pripadajućim parcijalnim derivacijama po poprečnoj sili Q_A u teorem o minimumu energije deformiranja dobije se druga, dopunska jednadžba, za određivanje nepoznatih poprečnih sila u presjecima A i B . Analitički izraz za računanje poprečne sile Q_A u presjeku A glasi

$$Q_A = q_t \cdot (1 + 2 \cos \alpha) - \frac{\pi \cdot q_t}{(a/R) + \sin \alpha} \cdot \left(1 - \frac{2\alpha - \sin 2\alpha}{2\pi}\right). \quad (8)$$

Poprečna sila Q_A funkcija je jednoliko raspodijeljenog kontinuiranog opterećenja q_t , a također je funkcija i geometrijskih parametara statora: kuta α i omjera a/R . Kako je jednadžba (8) dosta složena, izračunavanje poprečne sile Q_A može se pojednostavniti uvođenjem pomoćne funkcije $k_q^A(\alpha, a/R)$. Tada se jednadžba (8) može zapisati u obliku

$$Q_A = k_q^A(\alpha, a/R) \cdot q_t. \quad (9)$$

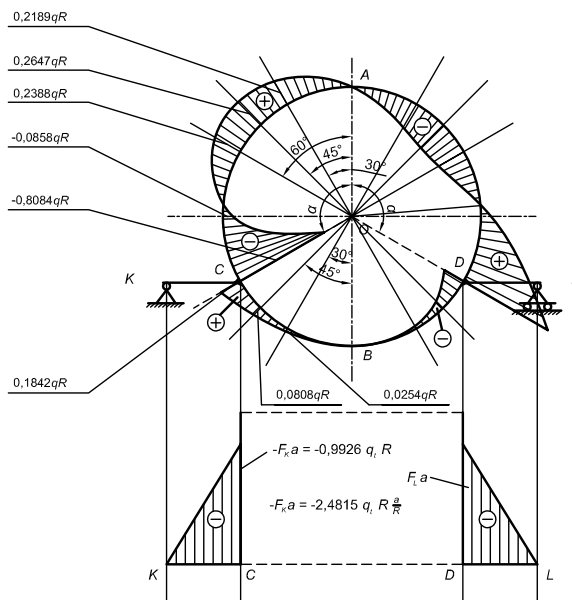
Usporedbom izraza (8) i (9) određena je pomoćna funkcija za računanje poprečne sile Q_A . Ovisnost pomoćne funkcije $k_q^A(\alpha, a/R)$ o geometrijskim parametrima α i a/R prikazana je dijagramski na slici 4a, a funkcije $k_q^B(\alpha, a/R)$ na slici 4b.



Sl. 4. a) i b) Pomoćne funkcije za određivanje poprečnih sila u presjecima *A* i *B*

2.4 Dijagram momenata savijanja u kućištu statora od elektromagnetskog momenta

Pomoću izraza (5), (7) i (8) mogu se izračunati vrijednosti momenata savijanja po konturi kućišta statora hidrogeneratora koje je simetrično oslonjeno i antimetrično opterećeno, prema slici 2a i b. Kako se vidi sa slike, dijagram je antimetričan s obzirom na os simetrije *A-B*. Ekstremne vrijednosti momenata savijanja pojavljuju se u presjecima *C* i *D* u kojima su nosači kućišta statora vezani za sam stator. Veličina momenata savijanja ovisi o opterećenju kućišta statora q_t te o geometrijskim parametrima statora a/R i α . Dijagram je nacrtan za vrijednosti geometrijskih parametara $a/R=0,4$ i $\alpha=120^\circ$. Dobiveni rezultati izvrsno se podudaraju s rezultatima dostupnim u literaturi [8].



Sl. 5. Dijagram momenata savijanja statora hidrogeneratora opterećenog jednoliko raspodijeljenim tangencijalnim silama

2.5 Analiza pomaka kućišta statora hidrogeneratora

Posebno je zanimljivo analizirati pomake nekih karakterističnih točaka, kao što su točke A , B i C čiji je položaj definiran slikom 2. Pomaci točaka tankog kružnog prstena određuju se iz sustava diferencijalnih jednačbi koji se može naći u literaturi [5]

$$\frac{du_\varphi}{d\varphi} - u_r = 0, \quad \frac{du_r}{d\varphi} + u_\varphi - R \cdot \mathcal{G} = 0, \quad \frac{EI_y}{R} \cdot \frac{d\mathcal{G}}{d\varphi} - M(\varphi) = 0. \quad (10)$$

U sustavu jednačbi (10) u_r označava radijalni pomak, u_φ cirkularni pomak, a \mathcal{G} kut nagiba tangente na elastičnu liniju prstena. Ako se druga jednačba sustava derivira po φ pa se derivacija zamijeni s odgovarajućim izrazom iz treće jednačbe, dobiva se diferencijalna jednačba drugog reda u kojoj je jedina nepoznanica radijalni pomak u_r

$$\frac{d^2 u_r}{d\varphi^2} + u_r = \frac{R^2}{EI_y} \cdot M(\varphi). \quad (11)$$

Uvrštavanjem izraza (5) i (7) za momente savijanja u gore navedenu jednačbu, diferencijalne jednačbe poprimaju oblik

$$\frac{d^2 u_r}{d\varphi_1^2} + u_r = -\frac{R^3}{EI_y} \cdot [Q_A \cdot \sin \varphi_1 + q_t \cdot (\varphi_1 - \sin \varphi_1)], \quad \frac{d^2 u_r}{d\varphi_2^2} + u_r = \frac{R^3}{EI_y} \cdot [Q_B \cdot \sin \varphi_2 + q_t \cdot (\varphi_2 - \sin \varphi_2)]. \quad (12)$$

Dobivene diferencijalne jednačbe (12) su *nehomogene* pa će njihova opća rješenja biti

$$u_r = u_{r,h} + u_{r,p}, \quad (13)$$

gdje $u_{r,h}$ označava opće rješenje homogenog dijela diferencijalne jednačbe, a $u_{r,p}$ partikularni integral. Opće rješenje $u_{r,h}$ diferencijalnih jednačbi pretpostavlja se u obliku

$$u_{r,h}(\varphi_1) = A \cdot \sin \varphi_1 + C \cdot \cos \varphi_1, \quad u_{r,h}(\varphi_2) = D \cdot \sin \varphi_2 + E \cdot \cos \varphi_2. \quad (14)$$

Konstante integracije A , C , D i E određuju se iz *rubnih uvjeta* i *uvjeta kontinuiteta*, odnosno *neprekinutosti pomaka*. Partikularno rješenje pretpostavlja se u obliku

$$u_{r,p}(\varphi_1) = -\frac{R^3}{EI_y} \cdot \left(\frac{q_t - Q_A}{2} \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 + q_t \cdot \varphi_1 \right), \quad u_{r,p}(\varphi_2) = \frac{R^3}{EI_y} \cdot \left(\frac{q_t + Q_B}{2} \cdot \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 + q_t \cdot \varphi_2 \right). \quad (15)$$

U slučaju simetrične konstrukcije kućišta statora koja je antimetrično opterećena, *rubni uvjeti* i *uvjeti neprekinutosti pomaka* glase

1. za $\varphi_1 = 0$, $u_r(\varphi_1 = 0) = 0$,
2. za $\varphi_1 = \alpha$ i $\varphi_2 = \pi - \alpha$, $u_r(\varphi_1 = \alpha) = u_r(\varphi_2 = \pi - \alpha)$,
3. za $\varphi_1 = \alpha$ i $\varphi_2 = \pi - \alpha$, $u_r'(\varphi_1 = \alpha) = u_r'(\varphi_2 = \pi - \alpha)$,
4. za $\varphi_2 = 0$, $u_r(\varphi_2 = 0) = 0$.

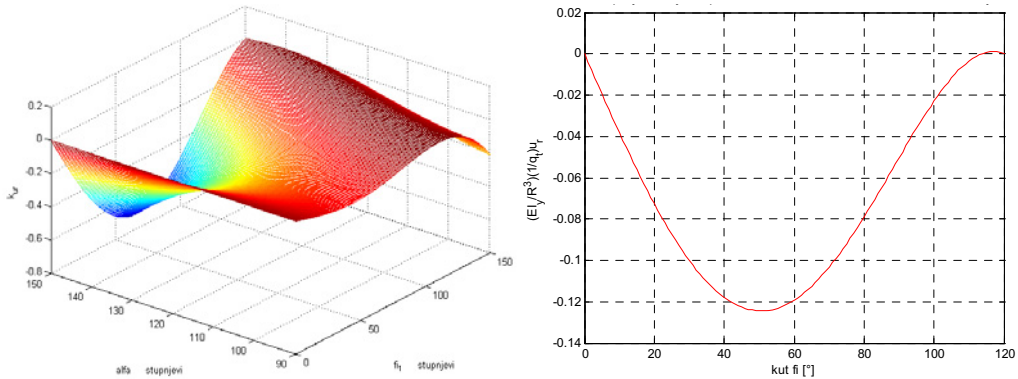
Konstanta integracije $C = 0$ određuje se iz prvog rubnog uvjeta, dok iz zadnjeg rubnog uvjeta slijedi konstanta integracije $E = 0$. Konstanta integracije A može se odrediti iz uvjeta da je horizontalni pomak točke C jednak nuli. Ležaj K ne dopušta horizontalne pomake kućišta statora. Ako je horizontalni pomak točke C jednak nuli,

tada je i radijalni pomak prstena na tom mjestu jednak nuli, odnosno $u_r(\varphi_1 = \alpha) = 0$. Iz navedenog uvjeta slijedi konstanta integracije A

$$A = \frac{R^3}{EI_y} \cdot \left(\frac{q_t - Q_A}{2} \cdot \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha + q_t \cdot \frac{\alpha}{\sin \alpha} \right). \quad (17)$$

Sada kada su određene konstante integracije A i C može se naći opće rješenje diferencijalne jednačbe (11). Ono glasi

$$u_r(\varphi_1) = \frac{R^3}{EI_y} \cdot \left[\frac{q_t - Q_A}{2} \cdot (\alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha \cdot \sin \varphi_1 - \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1) + q_t \cdot \left(\frac{\alpha}{\sin \alpha} \cdot \sin \varphi_1 - \varphi_1 \right) \right]. \quad (18)$$



Sl. 6. Dijagram radijalnih pomaka kućišta statora hidrogeneratora

U eksploataciji velikih horizontalnih hidrogeneratora najvažnije je poznavati maksimalni radijalni pomak, jer on najviše utječe na smanjivanje zračnog raspora između rotora i statora. Dijagram ovisnosti radijalnih pomaka u_r o kutu φ_1 prikazan je na slici 6. Dijagram je nacrtan za vrijednosti geometrijskih parametara $a/R = 0,4$ i $\alpha = 120^\circ$. Iz dijagrama se vidi da je vrijednost kuta φ_1 , za koji je radijalni pomak u_r maksimalan, jednaka $\varphi_1 = 52^\circ$, a pomak iznosi $u_r = -0,1192 \cdot q_t \cdot R^3 / EI_y$.

3 ZAKLJUČAK

U radu su razmatrani problemi čvrstoće i krutosti kućišta statora horizontalnog hidrogeneratora. Analizom dijagrama momenata savijanja, prema slici 5, može se zaključiti da su opasni presjeci na kućištu na spoju nosača i kućišta statora (presjeci C i D) te da bi na tim mjestima najprije moglo doći do loma kućišta. U analizi su varirani geometrijski parametri statora: kut α i veličina a/R . Izračunate su vrijednosti pomoćnih funkcija koje su prikazane dijagramski (slika 4) tako da su složeni analitički izrazi prilagođeni za brzu, efikasnu i jednostavnu primjenu. Pomoću njih se brzo, točno i pouzdano može odrediti moment savijanja, poprečna sila i pomak (progib) bilo kojeg proizvoljnog presjeka na kućištu statora.

Znatan dio rada posvećen je određivanju i analizi pomaka pojedinih karakterističnih točaka kućišta statora. Analiza pomaka od posebne je važnosti za eksploataciju električnih rotacijskih strojeva. Progib kućišta statora na nekom mjestu utječe na promjenu veličine zračnog raspora između rotora i statora. To opet dovodi do promjene

(povećanja ili smanjenja) sila magnetskog privlačenja između statora i rotora. Veća sila magnetskog privlačenja može izazvati veće savijanje rotora u ležajevima i utjecati na veličinu fleksijskih vibracija rotora. Kod rotora većih promjera kao što su rotori hidrogeneratora veća sila magnetskog privlačenja, osim što izaziva veće savijanje osovine, može utjecati i na stabilnost gibanja rotora.

Literatura

- [1] Bronštejn, I.N., Semendjajev, K.A., „Matematički priručnik za inženjere i studente“, Tehnička knjiga, Zagreb, 1975.
- [2] Detinko, F.M., Zagorodnaja, G.A., Fastovskij, V.M., „Pročnost i kolebanija električkih mašina“, Energija, Leningrad, 1969.
- [3] Feodosjev, V.I., „Soprotivlenie materialov“, Nauka, Glavnaja redakcija fiziko – matematičkoj literaturi, Moskva, 1974.
- [4] Kožešnik, J., „The Mechanics of Electrical Rotating Machines“, Publishing House of the Czechoslovak Academy of Sciences, Prague, 1965.
- [5] Ponomarev, S.D., Biderman, V.L., Liharev, K.K., Makušin, V.M., Malinin, N.N., Feodosjev, V.I., „Račeti na pročnost v mašinostroenii“, tom I., 1956; II., 1958; III., Mašgiz, Moskva, 1959.
- [6] Pustaić, D., Tonković, Z., Wolf, H., „Mehanika deformabilnih tijela - teorijske osnove i odabrani primjeri“, I., u postupku recenziranja, Element ili Golden marketing, Zagreb, 2011.
- [7] Pustaić, M., „Analiza naprezanja i pomaka u statoru horizontalnog hidrogeneratora“, Završni rad preddiplomskog studija (mentor: prof. dr. sc. Hinko Wolf), Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2011.
- [8] Wiedemann, E., Kellenberger, W., „Konstruktion elektrischer Maschinen“, Springer – Verlag, Berlin/Heidelberg/New York, 1967.

Autori:

Maja Pustaić, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za tehničku mehaniku, 10000 Zagreb, Ivana Lučića 5, tel. (098) 93 87 255, e-mail: maja.pustaic@gmail.com

Hinko Wolf, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za tehničku mehaniku, 10000 Zagreb, Ivana Lučića 5, tel. (1) 61 68 168, e-mail: hinko.wolf@fsb.hr

Dragan Pustaić, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za tehničku mehaniku, 10000 Zagreb, Ivana Lučića 5, tel. (1) 61 68 178, e-mail: dragan.pustaic@fsb.hr

EKSPERIMENTALNO I NUMERIČKO MODELIRANJE ZAREZNOG DJELOVANJA U POLIETILENU

Skozrit, I., Tonković, Z., Bakić, A., Kodvanj, J.

Sažetak: Na temelju provedenih eksperimentalnih istraživanja na polietilenu PE100 izveden je numerički algoritam za integriranje vremenski ovisnih konstitutivnih relacija koje opisuju puzanje materijala. Algoritam je izveden na razini materijalne točke konačnog elementa te je implementiran u programski paket ABAQUS primjenom korisničke rutine CREEP. Točnost numeričkog algoritma provjerena je usporedbom s eksperimentalnim rezultatima.

Ključne riječi: polietilen PE100, puzanje, eksperiment, metoda konačnih elemenata

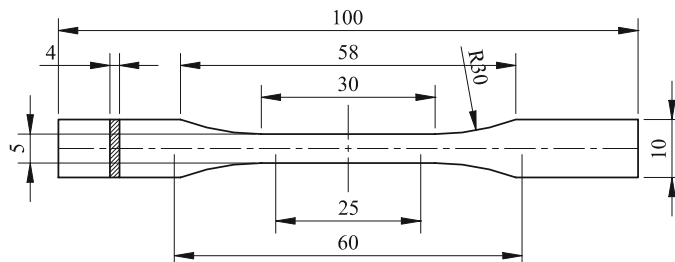
1 UVOD

Sve veća primjena polietilena PE100 kao konstrukcijskog materijala za cijevi za distribuciju vode i plina zahtijeva nove metode za procjenu cjelovitosti ovih konstrukcijskih komponenta. Točnije modeliranje viskoelastičnog, viskoplastičnog i lomnog ponašanja polietilena PE100 je osnova za procjenu cjelovitosti cijevi, kao i za proces njihovog projektiranja i optimiranja [2].

Za numeričko modeliranje lomnog i vremenski ovisnog ponašanja polietilena PE100 provedeni su statički vlačni pokusi pri temperaturama od 23, 60 i 80°C. Pritom je bio cilj istražiti ponašanje materijala pri različitim brzinama deformacija na epruvetama sa i bez zareza. Osim toga, za ispitivanje polietilena PE100 u uvjetima puzanja provedeni su vremenski vrlo zahtjevni eksperimenti. Svi eksperimenti provedeni su u Laboratoriju za eksperimentalnu mehaniku Fakulteta strojarstva i brodogradnje.

2 EKSPERIMENTALNO ISTRAŽIVANJE POLIETILENA PE100

Statički vlačni pokus. Za numeričko modeliranje vremenski ovisnog elastoplastičnog ponašanja polietilena PE100 proveden je statički vlačni pokus na jednoj od standardnih epruveta prema normama za vlačno ispitivanje polimera [1]. Eksperiment je proveden na standardnoj epruveti tipa 1BA (slika 1).



Sl. 1. Skica epruvete tipa 1BA prema EN ISO 527-2 [1]

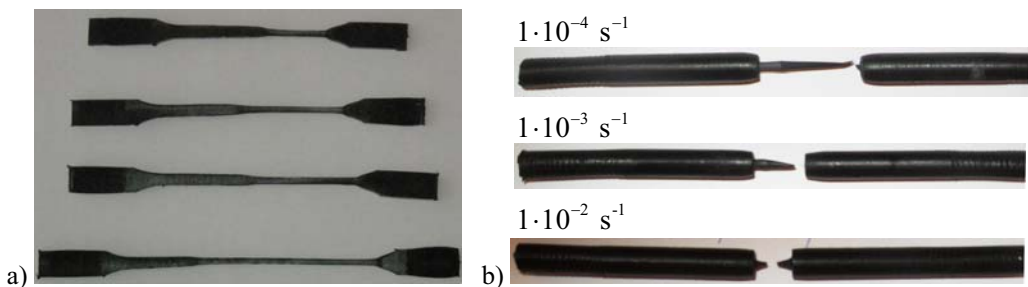
Epruvete su izrađene od cijevi za distribuciju vode debljine stijenke 30 mm koje su dobivene od tvrtke PipeLife d.o.o, Karlovac. Paralelno sa smjerom ekstruzije cijevi izrezivani su štapići, iz kojih su kasnije glodanjem dobivene epruvete tipa 1BA pripremljene za statički vlačni pokus (slika 2).



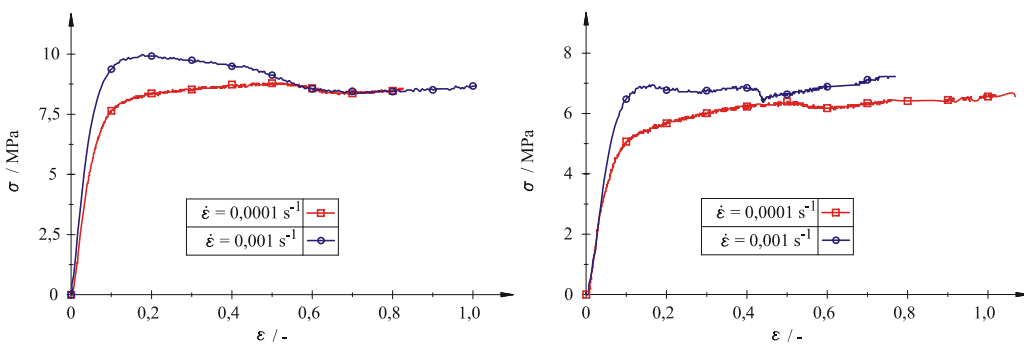
Sl. 2. Epruveta 1BA od polietilena PE100 za vlačno ispitivanje polimera

Statički vlačni pokus proveden je na kidalici tipa Messphysik, Beta 50 s termo komorom, a pomaci su mjereni laserskim ekstenzometrom tipa ME53. Eksperimentalna ispitivanja provedena su na tri različite temperature i to 23, 60 i 80°C, te s tri različite brzine deformacije $1 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$, $1 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ i $1 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$.

Na slici 3a) dan je prikaz epruveta nakon ispitivanja. Za razliku od metala kod kojih dolazi do pojave vrata na epruveti, ovdje dolazi do smanjivanja presjeka na cijelom mjernom području epruvete. Tek nakon smanjivanja presjeka na cijelom mjernom području epruvete dolazi do loma epruvete. Time je pokazano izrazito duktilno ponašanje polietilena PE100. Na temelju provedenih eksperimenata dobiveno je nelinearno elastoplastično ponašanje polietilena PE100 u obliku krivulje konvencionalno naprezanje–konvencionalna deformacija, a dobiveni dijagrami pri 60°C i 80°C prikazani su na slici 4. Iz dijagrama se može zaključiti da je ponašanje polietilena izrazito nelinearno. Osim toga, mehanička svojstva polietilena značajno se smanjuju s porastom temperature, dok se značajno povećavaju s porastom brzine deformacije uz smanjenje duktilnosti.



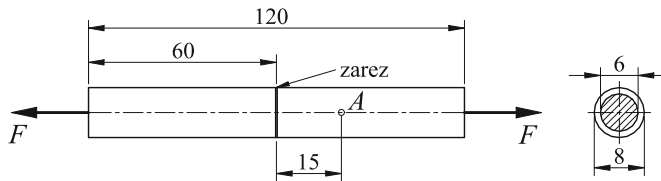
Sl. 3. Epruvete nakon ispitivanja: a) pri 60°C, b) pri 20°C s tri različite brzine deformiranja



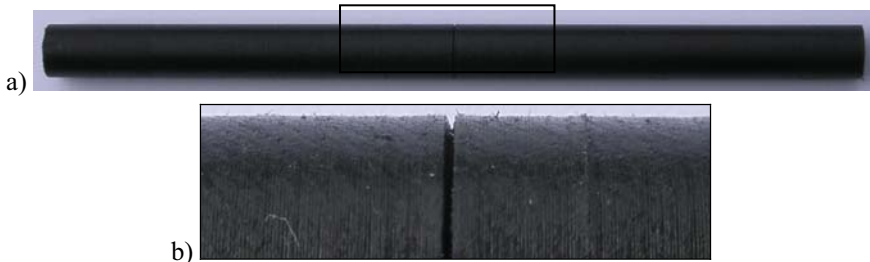
Sl. 4. Krivulja konvencionalno naprezanje–konvencionalna deformacija pri 60°C i 80°C

Eksperiment puzanja. Za određivanje parametara materijala za slučaj puzanja polietilena PE100 provedeni su eksperimenti puzanja. Ovi pokusi provedeni se na vlačno opterećenoj osnosimetričnoj epruveti duljine 120 mm i promjera 8 mm s potpunim obodnim zarezom čija je geometrija prikazana na slici 5. Opterećenje epruvete je vlačna sila F . Osnosimetrična epruveta s potpunim obodnim zarezom korištena u eksperimentu puzanja prikazana je na slici 6. Na slici 6a) je prikazana cijela epruveta, a detalj zarez na epruveti je prikazan na slici 6b). Epruvete su također izrezivane iz debelostjenih cijevi za distribuciju vode debljine stijenke 30 mm.

Paralelno sa smjerom ekstruzije cijevi izrezivani su štapići, a njihovim tokarenjem dobivene su epruvete bez zarez. Na sredini epruvete je napravljen zarez dubine 1 mm i polumjera vrha zarez od 92 μm .



Sl. 5. Osnosimetrična epruveta s potpunim obodnim zarezom



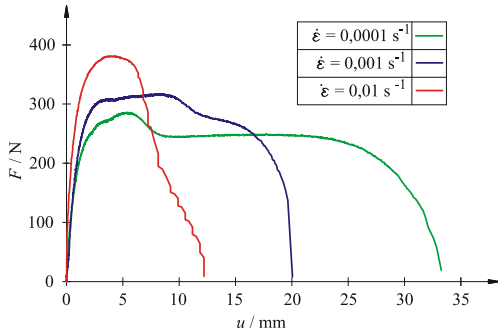
Sl. 6. Osnosimetrična epruveta s potpunim obodnim zarezom korištena u eksperimentu puzanja: a) cijela epruveta i b) detalj zarez

Na slici 3b) prikazane su epruvete nakon ispitivanja za tri različite brzine deformiranja ($1 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$, $1 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ i $1 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$). Sa slike je vidljivo da kod najmanje brzine deformiranja dolazi do jednolikog smanjivanja poprečnog presjeka i do najvećeg produljenja, a tek nakon toga dolazi do pojave vrata i loma epruvete. Kod srednje brzine također dolazi do jednolikog smanjivanja poprečnog presjeka, ali je produljenje manje. Kod najveće brzine efekt pojave jednolikog smanjivanja poprečnog presjeka je jako mali i jako brzo dolazi do pojave vrata i loma epruvete. Na taj način je pokazan utjecaj brzine deformiranja na duktilnost polietilena PE100.

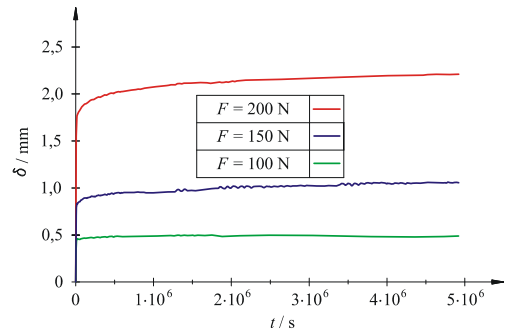
Na temelju provedenih eksperimenata dobiveno je nelinearno ponašanje polietilena PE100 u obliku krivulje sila-pomak. Pripadni dijagrami za točku A (slika 5) za temperaturu ispitivanja od 80°C i brzine deformiranja $1 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$, $1 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ i $1 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ prikazani su na slici 7.

Eksperiment puzanja proveden je na puzalici tipa CEAST 6110 pri 80°C , a pomaci su mjereni postavljenim markerima za video ekstenzometar tipa ME46. Na temelju provedenih eksperimenata dobiven je dijagram ovisnosti ukupnog pomaka točke A (slika 5) uslijed puzanja polietilena PE100 o vremenu puzanja. Na slici 8 prikazane su

krivulje ukupni pomak–vrijeme puzanja dobivene za opterećenje epruvete od 100, 150 i 200 N i vremena puzanja od $t = 5 \cdot 10^6$ s .



Sl. 7. Dijagram međusobne ovisnosti sile i pomaka točke A za polietilen PE100 pri 80°C

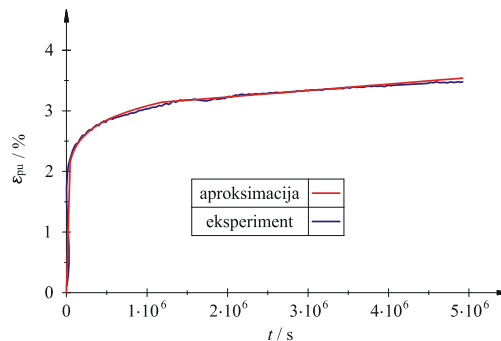


Sl. 8. Dijagram međusobne ovisnosti ukupnog pomaka točke A i vremena uslijed puzanja polietilena PE100 pri 80°C

Na osnovi prikazanih eksperimentalnih rezultata, predložen je primarno-sekundarni zakon puzanja u obliku

$$\dot{\epsilon}_c = B_1 \cdot p \cdot t^{(p-1)} \cdot \sigma^{n_1} + B_2 \cdot \sigma^{n_2}, \quad (1)$$

gdje je $\dot{\epsilon}_c$ je brzina deformacije puzanja, σ je ekvivalentno von Misesovo naprezanje, a parametri materijala dobiveni aproksimacijom eksperimentalno dobivene krivulje su: $B_1 = 7,64 \cdot 10^{-6}$, $B_2 = 4,25 \cdot 10^{-12}$, $p = 0,1$, $n_1 = 5$ i $n_2 = 4$. Na slici 9 prikazana je usporedba eksperimentalno dobivene krivulje puzanja i krivulje dobivene primarno-sekundarnim zakonom puzanja s prethodno određenim parametrima. Iz slike je vidljivo jako dobro poklapanje krivulja.



Sl. 9. Usporedba krivulja međusobne ovisnosti deformacije puzanja točke A i vremena puzanja dobivenih eksperimentalno i interpolacijom primarno-sekundarnog zakona puzanja

3 NUMERIČKO MODELIRANJE MEHANIZMA PUZANJA

Za izračunavanje C-integrala u ABAQUSu [3], za eksponencijalni zakon puzanja kojim je općenito moguće opisati proces puzanja većine metala, postoji ugrađena rutina. No za prikazani primarno-sekundarni zakon puzanja za polietilen PE100 opisan jednačbom (1), izračunavanje C-integrala zahtijeva primjenu korisničke rutine CREEP.

Za integriranje vremenski ovisne konstitutivne jednadžbe (1) potrebno ju je primjenom metode konačnih razlika zapisati u inkrementalnom obliku. Za poznate vrijednosti unutarnjih varijabli stanja s kraja prethodnog vremenskog koraka t potrebno je odrediti njihove vrijednosti u trenutku $t + \Delta t$. U skladu s tim dobiva se

$$\varepsilon_{c,t+\Delta t} = \varepsilon_{c,t} + \Delta \varepsilon_c, \quad (2)$$

$$\Delta \varepsilon_c = B_1 \cdot \sigma^{n_1} \cdot \left[t^{p_1} - (t - \Delta t)^{p_1} \right] \text{ za } t \leq t_{fp}, \quad (3)$$

$$\Delta \varepsilon_c = B_2 \cdot \sigma^{n_2} \cdot \Delta t \text{ za } t > t_{fp}, \quad (4)$$

gdje je vrijeme prijelaza između primarnog i sekundarnog puzanja t_{fp} dato izrazom

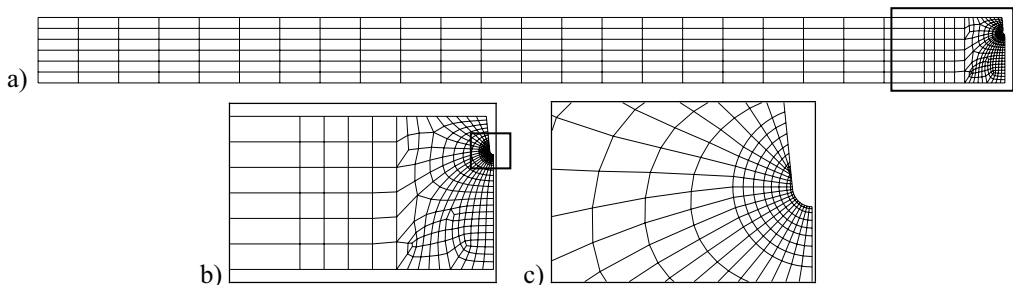
$$t_{fp} = \left(\frac{B_2}{p_1 B_1} \right)^{\frac{1}{p_1-1}} \sigma^{\left(\frac{n_2-n_1}{p_1-1} \right)}. \quad (5)$$

Konzistentni operator može se zapisati u obliku:

$$\frac{\partial \Delta \varepsilon_c}{\partial \sigma} = \Delta \varepsilon_c \cdot \frac{n_1}{\sigma} \text{ za } t \leq t_{fp} \quad \text{i} \quad (6)$$

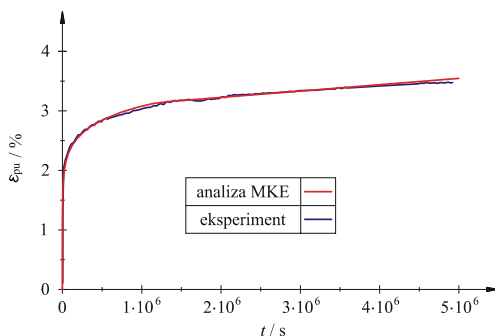
$$\frac{\partial \Delta \varepsilon_c}{\partial \sigma} = \Delta \varepsilon_c \cdot \frac{n_2}{\sigma} \text{ za } t > t_{fp}. \quad (7)$$

Prikazani algoritam implementiran je na razini materijalne točke integracije konačnih elemenata programskog paketa ABAQUS [3] primjenom korisničke rutine CREEP. Za verifikaciju prikazanog algoritma provedena je simulacija puzanja na osnosimetričnoj epruveti s potpunim obodnim zarezom. Tipična mreža konačnih elemenata korištena u analizi prikazana je na slici 10a), dok je usitnjena mreža u zaobljenom vrhu zareza dana na slikama 10b) i c). Primjenom simetrije, modelirana je samo polovica epruvete. Za diskretizaciju epruvete korišten je osam-čvorni osnosimetrični konačni element s reduciranom integracijom (CAX8R). Pritom je epruveta najprije opterećena vlačnom silom do definiranog iznosa, a nakon toga je opterećenje držano konstantnim te je mjerena deformacija uslijed puzanja materijala epruvete.



Sl. 10. Diskretizirani proračunski model za osnosimetričnu epruvetu s potpunim obodnim zarezom: a) cijela mreža, b) usitnjena mreža u vrhu zareza i c) detalj mreže oko vrha zareza

Dijagram međusobne ovisnosti pomaka točke A uslijed puzanja materijala i vremena u usporedbi s eksperimentalnim rezultatima dan je na slici 11. Kao što je vidljivo sa slike dobiveno je vrlo dobro poklapanje numeričkih i eksperimentalnih rezultata.



Sl. 11. Usporedba dijagrama međusobne ovisnosti deformacije puzanja točke *A* i vremena uslijed puzanja materijala pri 80°C i za $F = 200$ N dobivenog provedbom eksperimenta i numerički primjenom korisničke rutine CREEP u programskom paketu ABAQUSu

4 ZAKLJUČAK

U radu je dan prikaz istraživanja koja se vrše u cilju razvoja numeričkog algoritma za izračunavanje parametara mehanike loma i modeliranja mehanizama puzanja u polietilenu PE100 primjenom realnog materijalnog modela. Prikazan je konstitutivni model koji spreže mehanizme elastoplastičnosti i puzanja. Izveden je algoritam na razini točke integracije konačnog elementa za integriranje vremenski ovisnih konstitutivnih relacija koji je implementiran u programski paket ABAQUS primjenom korisničke rutine CREEP. Usporedbom s eksperimentalnim rezultatima provjerena je točnost izvedenog algoritma [4, 5]. Daljnja istraživanja usmjerena su na provedbu dodatnih eksperimenata te izvođenje nove metode za procjenu *C*-integrala za cijev s osnim zarezom opterećenu unutarnjim tlakom.

Literatura:

- [1] EN ISO 527-2:1993 Plastics -- Determination of tensile properties -- Part 2: Test conditions for moulding and extrusion plastics.
- [2] Hamouda, H.B.H., Laiarinandrasana, L., Piques, R., "Fracture mechanics global approach concepts applied to creep slow crack growth in a medium density polyethylene (MDPE)", Engineering Fracture Mechanics, Vol. 74, 2007, str. 2187-2204.
- [3] ABAQUS/Standard, Version 6.9, Dassault Systemes, 2010.
- [4] Skozrit, I., Doktorski rad "Numeričko modeliranje pukotina u metalnim i polimernim materijalima", Fakultet strojarstva i brodogradnje, Sveučilište u Zagrebu, 2011.
- [5] Skozrit, I., Tonković, Z., "On Numerical Analysis of Creep Fracture Behaviour of Medium Density Polyethylene", Key Engineer. Materials, Vol. 417-418, 2010, str. 233-236.

Autori:

Ivica Skozrit; Zdenko Tonković; Ante Bakić; Janoš Kodvanj, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za tehničku mehaniku, I. Lučića 5, 10000 Zagreb, tel. 01 6168 115; 450; 445; 425, fax. 01 616 8187, e-mail: ivica.skozrit@fsb.hr; ztonkov@fsb.hr; ante.bakic@fsb.hr; janos.kodvanj@fsb.hr, web stranica: www.fsb.hr/lnm/staff/

Koeficijent otpora poroznog zida

Šavar, M., Pacak, M., Džijan, I., Korade, I.

Sažetak: U novije vrijeme sve se više nastoje štititi promet na brzim cestama od bočnih udara vjetra pa je razvijen čitav niz istraživanja vezanih uz burobrane. U ovom radu istražuje se hipoteza da je koeficijent otpora sile proporcionalna koeficijentu otpora i obrnuto proporcionalna kvadratu poroznosti. Proveden je niz numeričkih eksperimenata te je hipoteza potvrđena unutar prosječne relativne pogreške od 1.34%.

Ključne riječi: Koeficijent otpora, porozni zid, burobran (vjetroman)

1 UVOD

Vjetroman je definiran kao bilo koja struktura koja smanjuje brzinu vjetra (Rosenberg 1974) i često se povezuje s prirodnim preprekama. Može se sastojati od jednog ili više dijelova koji svojim prisustvom u struji vjetra umanjuju utjecaj strujanja u neposrednoj blizini prepreke i na određenom području iza prepreke. Termin burobran označava bilo kakvu umjetno stvorenu prepreku koja mijenja polje strujanja vjetra. Također se koristi i termin „ograda“ (eng. fence). Efikasnost burobrana koja se ogleda u smanjenju brzine vjetra ovisi o velikom broju čimbenika kao što su poroznost i raspodjela poroznosti, oblik, visina, orijentacija, širina prekrivnih elemenata itd.



Slika 1 Primjer korištenja burobrana

Slobodna brzina vjetra i stanje površine okoliša uvelike utječu na uspješnost burobrana no daleko najveći utjecaj na brzinu i intenzitet turbulencije ima poroznost

koja je definirana kao omjer otvorenog područja prepreke i ukupnog područja. Općeprihvaćena činjenica je da se s povećanjem poroznosti povećavaju brzine strujanja kroz prepreku a vrijednosti intenziteta turbulencije se smanjuju. Manjak smicanja u struji na vrhu prepreke rezultira s manjim prijenosom momenta u zaštićeno područje. Nepropusni burobrani omogućuju strujanje pri niskoj turbulenciji u području iza prepreke ali je zaštićeno područje kraće nego kod poroznih ograda. Površina zaštićenog područja niz struju smanjuje se sa smanjenjem poroznosti zbog približavanja područja minimalne brzine prepreci (Marshall, 1967).

Moysey i McPherson su 1966. primjetili da nepropusni burobrani uzrokuju vrtloge koji se pružaju na području duljine nekoliko visina nizstrujno od prepreke dok je Baltaxe 1967. pronašao kritičnu poroznost u iznosu od 0.35 ispod koje je frekvencija promjene brzine imala visoke ekstreme što je ukazivalo na vrlo razvijenu turbulenciju. Kada je poroznost prelazila 0.35 takvi ekstremi se nisu pojavljivali. Eliminacijom takvih ekstrema smanjivala se i frekvencija promjene brzine s povećanjem poroznosti.

Prema Nageli (1941), takve srednje guste prepreke smanjivale su brzine za 20-ak% na većem području nego vrlo guste prepreke. U pravilu se smatra da poroznost od 0.2 do 0.5 pruža najveću zaštitu na najvećem području niz struju (Nokkentved, 1938; Nageli, 1946; Jensen, 1954; Blenk and Trienes, 1956; Tani, 1958; Schultz and Kelly, 1960; Marshall, 1967; Skidmore and Hagen, 1970a, b; Raine and Stevenson, 1977; Tillie, 1992).

Razlike u eksperimentalnim rezultatima mnogih autora mogu se pripisati različitom razmještaju, obliku i poroznosti testiranih prepreka. Iako su mnoge studije odredile optimalnu poroznost burobrana, optimalni raspored poroznosti po visini prepreke još uvijek traži. Bilbro i Fryrear su 1997 usporedili učinak smanjenja brzine vjetra višeredne prepreke načinjene od letvi i uočili da su burobrani najučinkovitiji kada su postavljeni blizu zaštićenog područja. Na udaljenosti 10 visina prepreke iza burobrana primijetili su pad efikasnosti dodatnih redova. Današnji načini testiranja prepreka uz testiranje u zračnom tunelu uključuju i numeričke simulacije.

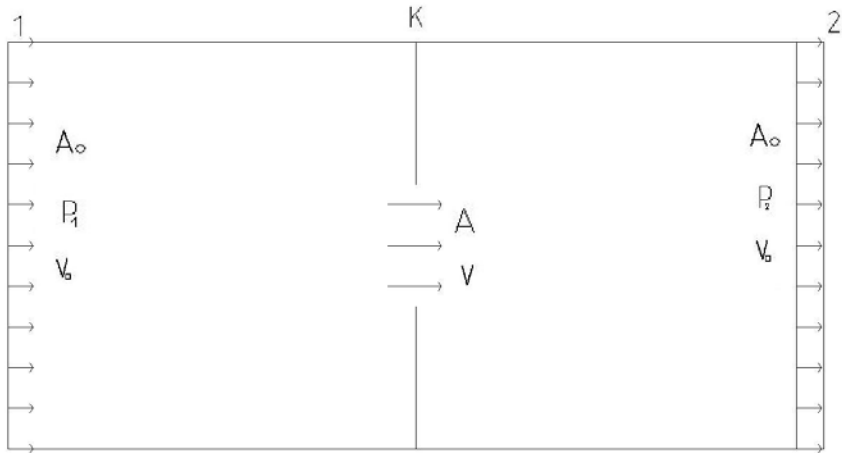
2 DEFINICIJA PROBLEMA

Premda je burobran jako koristan zbog smanjenja intenziteta vjetra i omogućavanja nesmetanog prometa, ima i svojih mana. Burobran predstavlja dodatno opterećenje zbog sile otpora vjetra. Ukoliko je burobran montiran na most, vijadukt ili sličnu konstrukciju problem sile otpora na konstrukciju postaje dominantan [1], [2].

U ovom radu se istražuje utjecaj promjene oblika prekrivnih elemenata (letvi) i poroznosti na koeficijent otpora. Zanimariti će se utjecaj ruba i konačnih dimenzija burobrana, te će se tretirati burobran kao beskonačno velik porozni zid sastavljen od prekrivnih elemenata (letvi)

2.1 Osnovne definicije

Na slici 2 prikazano je strujanje kroz kanal sa suženjem koje ima koeficijent lokalnog gubitka K . Srednja brzina strujanja kroz kanal je v_0 , a površina kanala A_0 . Lokalna brzina strujanja kroz suženje površine A je v . Tlak na ulazu u kanal je p_1 a na izlazu p_2 .



Slika 2 Kanal sa suženjem

Bernoulijeva jednađba za ovakvo strujanje glasi:

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{v_0^2}{2g} = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + K \frac{v^2}{2g} \quad (1)$$

Koeficijent otpora C_p je definiran kao:

$$C_p = \frac{P_1 - P_2}{\frac{1}{2} \rho v_0^2} = K \frac{v^2}{v_0^2} \quad (2)$$

Poroznost P je definirana kao omjer propusne površine A i ukupne površine A_0

$$P = \frac{A}{A_0} \quad (3)$$

a zakon očuvanja mase za nestlačivi fluid (pri $\rho = \text{konst}$) ima oblik

$$v_0 A_0 = v A \quad (4)$$

iz čega slijedi da je

$$\frac{v}{v_0} = \frac{A_0}{A} = \frac{1}{P} \quad (5)$$

Uvrštavanjem u (2) dobiva se

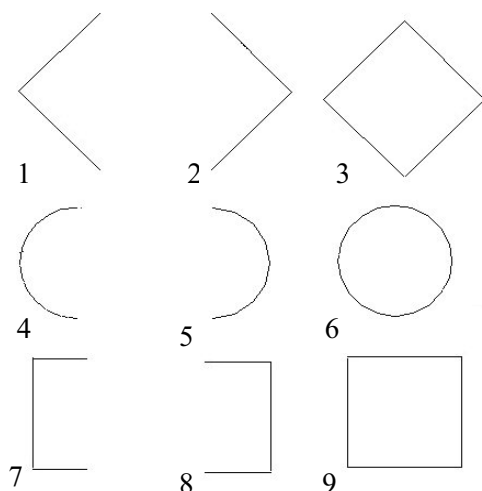
$$C_p = \frac{K}{P^2} \quad (6)$$

gdje koeficijent K predstavlja koeficijent lokalnog gubitka.

2.2 Organizacija eksperimenta

Da bi se potvrdila hipoteza rada dana jednađbom (6): "Koeficijent otpora C_p jednak je kvocijentu koeficijenta lokalnog gubitka K i kvadrata poroznosti P " potrebno je provesti niz eksperimenta. Predviđeno je da se hipoteza provjeri na devet različitih profila i to za sedam različitih poroznosti. Za eksperiment su odabrani tipični profili koji su dostupni na tržištu a prikazani su na slici 3. Za potrebe burobrana interesantna

je poroznost od 0.2 do 0.5 pa smo za eksperiment odabrali poroznosti 0.09, 0.13, 0.17, 0.23, 0.31, 0.4 te 0.66



Slika 3 Oblik profila

Za potrebe numeričkog eksperimenta odabran je računalni program Fluent [3] te je odabran 2D, implicitni rješavač baziran na tlaku za slučaj nestacionarnog strujanja.

Odabrani model turbulencije je standardni k-epsilon model sa standardnim zidnim funkcijama [4] i sa zadržanim preporučenim vrijednostima konstanti modela $C_{1\epsilon} = 1.44$, $C_{2\epsilon} = 1.92$, $C_{\mu} = 0.09$, $\sigma_k = 1.0$ i $\sigma_{\epsilon} = 1.3$.

Za vrijednost Reynoldsovog broja odabrano je $Re = \rho v_0 H / \mu = 500000$, za ulaznu brzinu $v_0 = 1$ m/s, za visinu profila $H = 1$ m, a za gustoću $\rho = 1$ kg/m³ čime se dobiva da je dinamička viskoznost $\mu = 2 \cdot 10^{-6}$ kg/ms.

Domena ispitivanja prikazana je na slici 4, a rubni uvjeti definiraju se za pojedine segmente domene kao što su ulaz u domenu gdje je zadana konstantna vrijednost brzine (velocity inlet) i karakteristike za turbulentno strujanje (intenzitet i veličina vrtloga). Na izlazu iz domene definiran je rubni uvjet istjecanja (outflow) dok je gornjoj i donjoj liniji dodan rubni uvjet periodičnosti. Za prepreku se definira rubni uvjet stacionarnog, glatkog, nepropusnog zida.

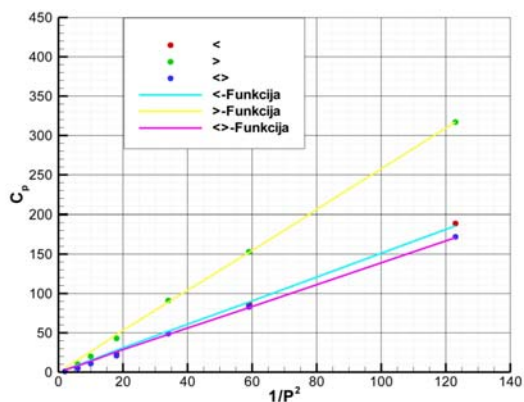
Pod kontrolom rješenja odabiremo željenu točnost čime direktno utječemo i na brzinu izrade simulacije. Za rješavanje jednadžbe količine gibanja, kinetičke energije turbulencije i disipacije kinetičke energije turbulencije odabrana je „Second-Order Upwind“ shema. Zadržani su preporučeni faktori podrelaksacije za jednadžbu količine gibanja (0.7) i za jednadžbu tlaka (0.3). Tražene vrijednosti smanjenja reziduala za jednadžbu kontinuiteta i jednadžbu količine gibanja iznose 10^{-3} , a za k i ϵ jednadžbe 10^{-4} .



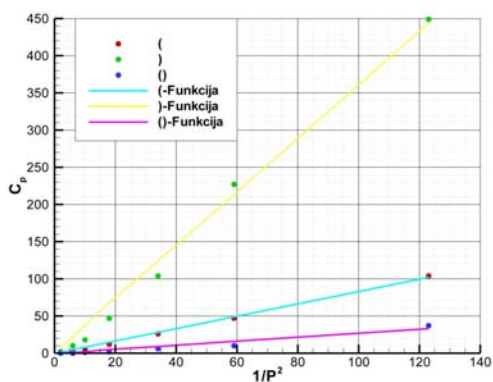
Slika 4 Domena

3 REZULTATI I OCJENA POGREŠKE

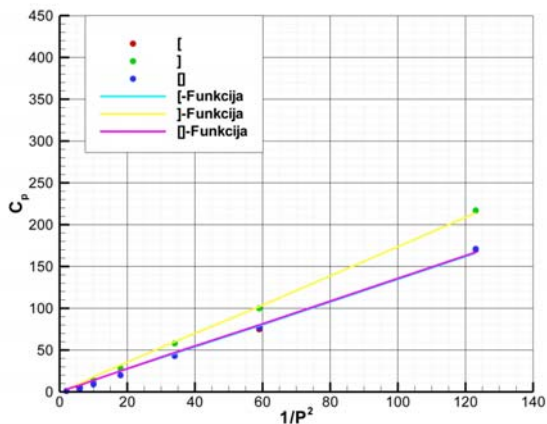
Nakon provedenih simulacija za svaki opisani profil pri odabranim poroznostima numerički su simulirana i izračunate vrijednosti za koeficijent otpora C_p prikazane na slikama 5, 6 i 7.



Slika 5 Familija profila „dijamant“



Slika 6 – Familija profila „krug“



Slika 7 Familija profila „kvadrat“

Iz podataka za pojedine profile metodom najmanjih kvadrata izračunati su koeficijenti gubitka K čije su vrijednosti dane u sljedećoj tablici:

Profil	<	>	<>	[]	[]	()	O
K	1,511	2,573	1,393	1,348	1,736	1,360	0,829	3,604	0,271

Tablica 1 - Vrijednosti izračunatih koeficijenata gubitka K

Za provedeni eksperiment provedena je ocjena pogreške. Usporedbom rezultata dobivenih upotrebom računalnog programa Fluent, te izračunom koeficijenta otpora na temelju izraza (6) koristeći podatke iz tablice 1. izračunata je relativna prosječna pogreška od ± 1.34 % (kada bi se zanemarili izračuni najgoreg profila ")") pogreška bi se smanjila na 0.9465 %).

4 ZAKLJUČAK

Na temelju rezultata istraživanja moguće je zaključiti da je koeficijent otpora C_p jednak kvocijentu koeficijenta lokalnog gubitka K i kvadrata poroznosti P . Pokazalo se da je teoretska jednadžba (6) za praktičnu upotrebu (poroznost od 0.2 do 0.5) dobra te da rezultati izračunati na taj način ne bi trebali imati relativnu prosječnu pogrešku veću od 1.34 %.

Literatura:

- [1] Cornelis, W.M., Gabriels, D., "Optimal windbreak design for wind-erosion control", Journal of Arid Environments, Vol. 61, No. 2, 2005, str. 315-332.
- [2] Fluent 6.2 User's Guide, Fluent Inc., Lebanon, HB, USA, 2005.
- [3] Strukelj, A., Ciglaric I., Pipenbaher, M., "Analysis of a Bridge Structure and its Wind Barrier under Wind Loads", Structural Engineering International Vol. 15, No. 4, 2005, str. 220-227.
- [4] CFD-Online Web stranica: http://www.cfd-online.com/Wiki/Main_Page

Autori:

Mario Šavar, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za energetska postrojenja, energetiku i ekologiju, Ivana Lučića 5, Zagreb, tel. 01 6168438, e-mail: mario.savar@fsb.hr

Matija Pacak, Brodarski institut, Av. V. Holjevca 20, Zagreb, e-mail: matija.pacak@hrbi.hr

Ivo Džijan, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za energetska postrojenja, energetiku i ekologiju, Ivana Lučića 5, Zagreb, tel. 01 6168241, e-mail: ivo.dzijan@fsb.hr

Ivan Korade, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za energetska postrojenja, energetiku i ekologiju, Ivana Lučića 5, Zagreb, tel. 01 6168438, e-mail: ivan.korade@fsb.hr

ODREĐIVANJE PONAŠANJA I GRANIČNE NOSIVOSTI OKVIRA S ISPUNOM

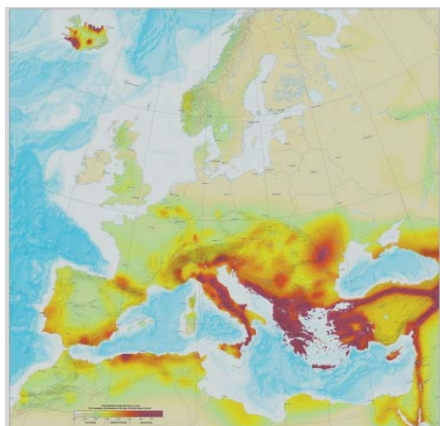
Gazić, G., Kalman-Šipoš, T., Sigmund, V.

Sažetak: Armiranobetonski okviri s zidanom ispunom predstavljaju kompozitni nosivi sustav čije je ponašanje uslijed dijelovanja potresnog opterećenja još uvijek napoznanica. Tretman armiranobetonskih okvira s zidanom ispunom, s gledišta starih a i novih propisa, nije jasno definiran, što je u inženjerskoj praksi dovelo da svijesnog zanemarivanja međusobne interakcije okvira i zidane ispune, što je u nekim slučajevima imalo katastrofalne posljedice. U radu je prikazana kategorizacija ovih sustave te prikaz utjecajnih parametara na njihovu nosivost i model otkazivanja. Prikazani su parametri koji utječu na ponašanje sustava, a bitni su za određivanje globalnih parametara ponašanja potrebnih za procjenu nosivosti i seizmičke oštetljivosti zgrada. Predviđeno je eksperimentalno ispitivanje njihove međusobne veze radi utvrđivanja granične nosivosti a-b okvirnih konstrukcija s ispunom.

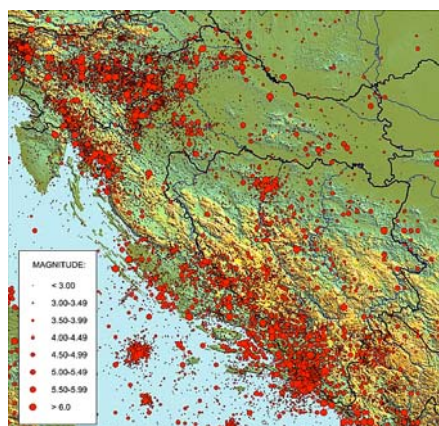
Ključne riječi: armiranobetonski okviri s zidanom ispunom, potresno opterećenje, procjena nosivosti, procjena seizmičke oštetljivosti, postojeći objekti.

1 UVOD

Sustav armiranobetonski okvir s zidanom ispunom, u daljnjem tekstu okvir s ispunom, uobičajen je konstruktivni sustav za prijenos opterećenja kod niskih i srednje visokih konstrukcija i kao takav čest je u područjima srednje i visoke seizmičnosti.



Sl. 1. Karta seizmičnosti Europe



Sl. 2. Karta seizmičnosti Hrvatske

Prednosti ovakvog sustava su brojne, kao što su estetski izgled, toplinska i zvučna izolacija, protupožarna otpornost, ekonomičnost pri izgradnji i jednostavnost izvedbe.

Primjena ovakvih sustava, kod nas, počinje nakon Drugog svjetskog rata, pri čemu su oni preventivno projektirani za prijenos gravitacijskog opterećenja.

Nakon katastrofalnog potresa u Skoplju 1963, magnitude 6,1 po Richteru (uništeno između 75 i 80 % grada), donešen je Pravilnik za seizmičko projektiranje konstrukcija, [1], koji je većim dijelom posvećen projektiranju armiranobetonskih konstrukcija, uz šture informacije o tretmanu okvira s ispunom.

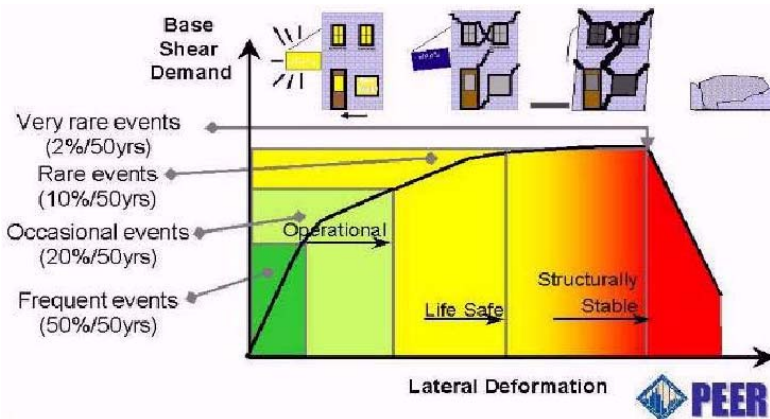


Sl. 3. Oštećenje objekta nakon potresa



Sl. 4. Oštećenje objekta nakon potresa

Pravilnik za seizmičko projektiranje konstrukcija, uz manje nadopune i novelacije [2], bio je temeljni dokument namjenjen projektiranju konstrukcija sve do prihvaćanja Europskih normi. Bitna razlika između navedenih dokumenata očituje su u potpuno različitim pristupima seizmičkog projektiranja. Dok je pravilnik za seizmičko projektiranje bio temeljen na provjeri nosivosti konstrukcija prema dopuštenim naprezanjima, odnosno teoriji elastičnosti, Eurocode 8, [2], temeljen je na nelinearnom pristupu uz primjenu definiranja kapaciteta nosivosti radi kontroliranja mehanizma otkazivanja nosivosti (Capacity Design). Prema Capacity Design-u svjesno dopuštamo razvoj plastičnih deformacija u određenim područjima konstrukcije, što znači da konstrukcija mora imati određenu razinu žilavosti i to naročito u područjima koja će se plastificirati. Iz toga razloga je dozvoljeno reducirati intenzitet projektnih seizmičkih djelovanja. Eurocode 8, [2] sadrži elemente projektiranja sukladno očekivanom ponašanju, a što se može prikazati s idealiziranom krivuljom nosivosti i područja očekivanih ponašanja s obzirom na intenzitet i učestalost potresa.



Sl. 5. Idealizirana krivulja ponašanja prema [3]

Područja ponašanja definirana su slijedećim granicama:

- O.S. (Operational State) predstavlja granicu pri kojoj je konstrukcija djelomično oštećena, svi nosivi elementi konstrukcije ostaju pri svojoj potpunoj nosivosti i krutosti. Opasnost od ozljeda je minimalna, ali su potrebni manji popravci.
- L.S. (Life Safety) predstavlja granicu pri kojoj konstrukcija ostaje stabilna i ima dovoljnu zalihu kapaciteta nosivosti. Prisutna su oštećenja uz zadržavanje sposobnosti nošenja opterećenja bez opasnost od djelomičnog ili potpunog rušenja. Moguće je popraviti oštećenja, ali popravci mogu biti skupi i neisplativi.
- C.P. (Collapse Prevention) predstavlja krajnju granicu nošenja konstrukcije. Nastupila su znatna oštećenja, uključujući i značajno smanjenje krutosti i čvrstoće konstruktivnih dijelova, te su prisutne velike trajne deformacije. Konstrukcija je na rubu djelomičnog ili potpunog rušenja, ali konstruktivni elementi još uvijek imaju sposobnost prenošenja gravitacijskih opterećenja. Moguće su ozljeda korisnika uslijed pada odlomljenih dijelova, konstrukcija nije sigurna za korištenje i nije ju moguće popraviti.

Konstrukcije projektirane prema [1] tvore većinu graditeljskog fonda Hrvatske, i kao takve nisu u skladu sa modernim seizmičkim propisima. Projektiranje okvira s ispunom sukladno EN 1998-1 pokriva načine za izbjegavanje neželjenih efekata koje može uzrokovati ispun i ne razmatra eventualne pozitivne učinke. Procjena ponašanja i nosivosti postojećih građevina, sukladno EN 1998-3, uopće ne sadrži upute o načinu uzimanja u obzir ispuna pri procjeni postojećih građevina niti ga razmatra kao metodu ojačanja.

2 PONAŠANJE OKVIRA S ISPUNOM PRI DJELOVANJU POTRESA

Okvir s ispunom je kompozitni nosivi sustav koji se sastoji od armiranobetonskog okvira i zidane ispune, koji predstavljaju zasebne nosive elemente sačinjene od različitih materijala. Ponašanje ovih zasebnih nosivih elemenata pod djelovanjem horizontalnih sila bitno se razlikuje od ponašanja sustava. Pri tome njihova međusobna interakcija ima presudan utjecaj na oblik sloma i nosivost sustava. Razlike se očituju u nosivosti, krutosti i duktilnosti. Okviri imaju manju krutost, ali veću duktilnost u odnosu na zidanu ispunu koja je izrazito heterogen, nelinearan i krt materijal. Usporedbom ponašanja ovih sustava vidljivo je da oni mogu imati međusobnih koristi, naime ugradnjom zidane ispune u okvire povećavamo nosivost i krutost okvira, dok sa druge strane smanjujemo duktilnost, odnosno povećavamo oštetljivost konstrukcije.

2.1 Kategorizacija sustava okvir s ispunom

Često se u literaturi okviri i ispuna dijele na jake i slabe. Jake okvire karakteriziraju jaki stupovi, koji imaju dostatnu tlačnu čvrstoću betona i gusto raspoređenu poprečnu armaturu, odnosno to su okviri projektirani u skladu s modernim seizmičkim propisima (Jaki stupovi-slabe grede). Slabi okviri imaju odnos krutosti grede i stupa na strani grede. Ispun se također dijeli na jaki i slabi pri čemu je odlučujuća tlačna čvrstoća ispune koja ovisi o tlačnoj čvrstoći morta i zidnog elementa. Prema [6] dan je tablični prikaz ovisnosti kombinacije jaki/slabi okviri i jaka/slaba ispuna na model otkazivanja nosivosti sustava.

	Slaba ispuna	Jaka ispuna
Slabi okvir	-	- dijagonalne pukotine u ispuni - plastični zglobovi u stupovima
Okvir s slabim spojem između jakih elemenata okvira	- slom u uglovima ispune - pukotine u spoju stupa i grede	- dijagonalne pukotine u ispuni - pukotine u spoju stupa i grede
Jaki okvir	- horizontalni slom ispune	-

Tablica 1. Modeli otkazivanja nosivosti u ovisnosti o relativnoj čvrstoći okvira i ispune, [4]

2.1 Utjecajni parametri na model otkazivanja nosivosti sustava

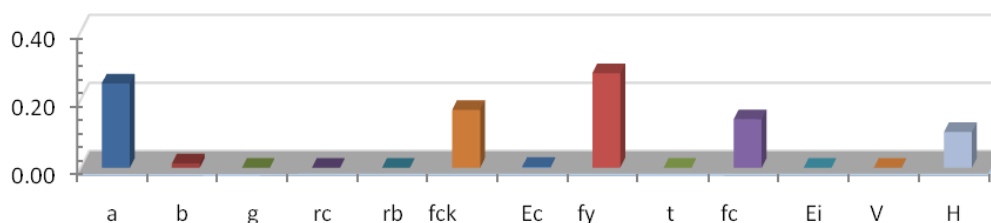
Istraživanja sprovedena na eksperimentalnoj bazi podataka su pokazala da neke od mehaničkih karakteristika konstitutivnih materijala te odnos visine i širine zidanog ispuna imaju presudan utjecaj na ponašanje okvira s ispunom pri opterećenju horizontalnim silama, [6].

Konstitutivni materijali ovog sustava su:

1. Beton
2. Građevinski čelik (uzdužna i poprečna armatura)
3. Zidni element (puna opeka, blok opeka)
4. Mort

Prema istraživanju [4], a na temelju parametarske analize izvršene pomoću neuralnih mreža pokazalo se da presudan utjecaj na model otkazivanja nosivosti sustava okvir s ispunom imaju slijedeći parametri:

1. Tlačna čvrstoća betona
2. Vlačna čvrstoća uzdužne armature u stupovima okvira
3. Tlačna čvrstoća zidane ispune
4. Geometrija zidanog ispuna
5. Veličina horizontalnog i vertikalnog opterećenja



Sl. 6. Prikaz utjecajnih parametara

3 PREDVIĐENO EKSPERIMENTALNO ISPITIVANJE

Iz navedenog u uvodnom dijelu ovoga rada vidljiva je potreba istraživanja mehanizma otkazivanja nosivosti složenih sistema okvira s ispunom. Moment savijanja se preuzima gotovo u potpunosti s okvirom (stupovima), čime se može eliminirati iz promatranja, te se kritične informacije mogu dobiti ispitivanjem jednorasponskog okvira s jednim poljem. Pitanje koje određuje graničnu nosivost je " Da li slobodna visina stupa, pri graničnom stanju, ovisi o kutu unutarnjeg trenja ispuna ?". Tijekom eksperimentalnog modelskog ispitivanja ćemo probati dati odgovor na to pitanje.

Ukoliko tijekom naših ispitivanja i naknadnim analizama dođemo do odgovora na to pitanje to bi značilo da imamo vrijedan „alat“ za procjenu seizmičke nosivosti i oštetljivosti postojećih objekata, projektiranih na temelju [1] i [2], a sukladno EN 1998-3. Većina sprovedenih eksperimentalnih istraživanja ponašanja okvira s ispunom pokriva područje ponašanja O.S. i L.S.. Područje ponašanja do C.P. i nakon njega je vrlo rijetko istraživano upravo radi nejasnoća u ponašanju sustava.

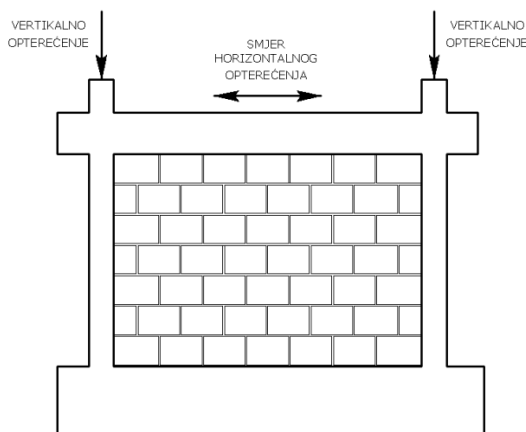
Promatrati će se interakcija armirano-betonskog okvira i zidanog ispuna te doprinos pojedinih komponenata ukupnoj nosivosti i ponašanju sustava sa posebnim osvrtom na granično ponašanje i model otkazivanja nosivosti. Razmatrati će se slijedeći parametri: veličina, čvrstoća i krutost opeke za ispun, kvaliteta morta, poprečna armatura u stupovima i čvorovima okvira.

Osim globalnih parametara nosivosti izvršiti će se i ispitivanje mehaničkih svojstava konstitutivnih elemenata.

Odabir parametara							
Zidni element		Mort		Razmak poprečne armature		Dimenzije stupa	
Puna opeka (1)	Blok opeka (2)	Vapneni mort (3)	Produžni mort (4)	10 cm (5)	20 cm (6)	25/30 (7)	30/50 (8)
Kombinacija parametara							
Uzorak U1				(1)+(3)+(6)+(7)			
Uzorak U2				(1)+(4)+(6)+(7)			
Uzorak U3				(2)+(3)+(6)+(7)			
Uzorak U4				(2)+(4)+(6)+(7)			
Uzorak U5				(1)+(4)+(5)+(7)			
Uzorak U6				(2)+(4)+(5)+(7)			
Uzorak U7				(1)+(4)+(5)+(8)			
Uzorak U8				(2)+(4)+(5)+(8)			

Tablica 2. Prikaz odabranih parametara i njihova kombinacija

Promatrani modeli će biti izvedeni u mjerilu 1:2 i opterećivati će se cikličkim horizontalnim i konstantnim vertikalnim opterećenjem do sloma s ciljem određivanja krivulje nosivosti i ponašanja prema [3]. Mjeriti će se sile na mjestu unosa, vertikalni i horizontalni pomaci okvira, deformacije okvira, deformacije dijagonale ispuna i okvira.



Sl. 7. Model za ispitivanje

5 ZAKLJUČAK

Okviri s ispunom su čest konstruktivni sustav u zemljama mediterana. Projektiranje ovakovih sustava sukladno EN 1998-1 pokriva načine za izbjegavanje neželjenih efekata koje može uzrokovati ispun ali ne razmatra eventualne pozitivne učinke. Procjena ponašanja i nosivosti postojećih građevina, sukladno EN 1998-3, uopće ne sadrži upute o načinu uzimanja u obzir ispuna pri procjeni postojećih građevina niti ga razmatra kao eventualnu metodu ojačanja.

Sustav "uokvirenih-zidova" može biti, sukladno dosadašnjim saznanjima, pouzdan konstruktivni sustav. Pomoću predviđenog eksperimentalnog ispitivanja, koje pokriva rubna područja ponašanja ovakovih sustava, odrediti će se utjecaj različitih parametara na ponašanje okvira s ispunom. Poznavanje njihova doprinosa će pomoći u procjeni ponašanja i nosivosti postojećih građevina, ali i za nadopunu budućih EN propisa.

Zahvala:

Autori se zahvaljuju na podupori istraživanju koju daje Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa RH, u okviru projekta "Seizmičko ponašanje okvira s ispunom" broj 149-1492966-1536.

Literatura:

- [1] Hiba, Ž., Solovjev, Đ., Drašković, R., Petrović, B., "Priručnik za projektovanje seizmički otpornih građevina", Građevinska uprava DSNO, Beograd 1966.
- [2] Pravilniku o tehničkim normativima za izgradnju objekata visokogradnje u seizmičkim područjima, Sl.list SFRJ, 1981.
- [3] CEN. Eurocode 8, Design of structures for earthquake resistance, EN 1998, Bruxelles, 2005.
- [4] CEN. Eurocode 8, Design of structures for earthquake resistance - Part 3: Assessment and retrofitting of buildings, EN 1998, Bruxelles, 2005.
- [5] EUROCODE 8 Workshop „Seismic Design of Buildings“, 10-11 February, Lisbon.
- [6] Kalman-Šipoš, T., Sigmund, V., Žarnić, R. EARTHQUAKE PERFORMANCE OF INFILLED FRAMES USING NEURAL NETWORKS AND EXPERIMENTAL DATABASE, članak u procesu publiciranja, Engineering Structures, 2011.

Autori:

Goran Gazić, dipl.ing.građ., Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera, Građevinski fakultet, Zavod za tehničku mehaniku, Drinska 16a, Osijek, tel. (031) 274 377, fax (031) 274 444, e-mail: ggazic@gfos.hr, web stranica: www.gfos.hr

Tanja Kalman-Šipoš, dipl.ing.građ., Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera, Građevinski fakultet, Zavod za tehničku mehaniku, Drinska 16a, Osijek

Prof.dr.sc. Vladimir Sigmund, dipl.ing.građ., Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera, Građevinski fakultet, Zavod za tehničku mehaniku, Drinska 16a, Osijek

VJEROJATNOSNA INŽENJERSKA MEHANIKA

Žiha, K., Parunov, J.

Sažetak: Prikaz se bavi odnosom tradicionalne mehanike i područja koje se već dulje vrijeme razvija pod imenom „Probabilistic Engineering Mechanics“. Najprije će se navesti razlozi koji su doveli do razvoja ovog područja. Potom će se vidjeti na kojim se podacima zasniva. Pobjerat će se postupci koji se koriste. Na kraju će se dati primjer. Zaključak će razmotriti odnos prema klasičnoj mehanici, važnost područja, mogućnosti praktične primjene i očekivani razvoj.

Ključne riječi: Vjerojatnost, statistika, pouzdanost, granična čvrstoća

1 UVOD

Razlozi za razvoj Vjerojatnosne Inženjerske Mehanike (VIM) su neizvjesnosti i varijabilitet pojava s kojima se susreće inženjerska mehanika. Dvije vrste neizvjesnosti utječu na ishode inženjerskog rada. Aleatorna, ili kako se još označava, objektivna, externa ili ireducibilna variabilnost, nastaje zbog prirodnih nepredvidljivosti pojava. Slučajnosti te vrste se ne mogu mijenjati premda poznavanje pojava može pomoći. Epistemijaska neizvjesnost, ili subjektivna, unutarnja odnosno neizvjesnost modeliranja, potječe od manjka znanja o nekom području. Smanjuje se istraživanjima, mjerenjima i boljim modeliranjem pojava u čemu stručnjaci imaju važnu ulogu.

2 DEFINICIJA PROBLEMA

Problemi s kojima se susreće i bavi VIM u praksi su metode i podaci. Osim jednoznačno odredljivih, determinističkih podataka, inženjeri se susreću s podacima slučajne naravi [1]. Iskustvene odrednice podataka s kojima se opisuje njihova slučajna narav su njihove težnje srednjoj vrijednosti, rasipanje te razdioba njihove učestalosti.

Uobičajene mjere rasipanja podataka su realni brojevi jednaki nuli kada su sve vrijednosti podataka međusobno jednake a rastu s porastom razlike među vrijednostima. Često korištene mjere rasipanja su: raspon, srednja razlika, varianca, standardna devijacija, koeficijent varijacije. Determinističke veličine se u inženjerstvu opisuju s N – nazivnom veličinom, i s mogućim odstupanjima T – tolerance odnosno $t=T/N$ - relative tolerance. Slučajne veličine se opisuju sa:

- $\mu=ON+N$ Srednja vrijednost, gdje je $O=\mu/N-1$ Odstupanje od nazivne veličine,
 - $Var=\sigma^2$ Varianca, $\sigma=Var^{1/2}$ standardna devijacija, $COV=\sigma/\mu$ koeficijent varijacije
- Slučajnim veličinama pripadaju pomoćni i središnji momenti r -toga reda [1]:

$$m_r = \int_{-\infty}^{+\infty} x^r f(x) dx \qquad M_r = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^r f(x) dx$$

Razdioba učestalosti F se prikazuju sa razdiobama gustoće vjerojatnosti (PDF) i kumulativnim funkcijama gustoće vjerojatnosti (CDF).

Po potrebi se mogu iskustveno povezati i determinističke veličine toleranci sa statističkim rasipanjima slučajnih veličina, na primjer $T=n \sigma$.

Osim saznanja o prirodi slučajnih veličina od osobito su značaja dva teorema [1].

Teorem 1: Srednja vrijednost linearne kombinacije slučajnih varijabli je zbroj srednjih vrijednosti sastavnica: $\mu = a_1\mu_1 + a_2\mu_2 + \dots + a_k\mu_k$.

Teorem 2: Varijanca linearne kombinacije slučajnih varijabli je zbroj varijanci sastavnica: $\sigma^2 = a_1^2\sigma_1^2 + a_2^2\sigma_2^2 + \dots + a_k^2\sigma_k^2$.

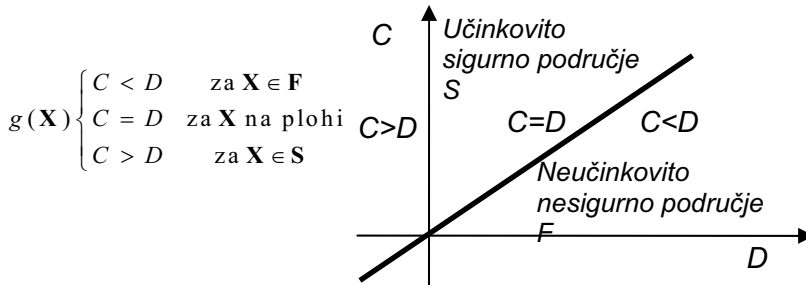
3 OPIS INŽENJERSKIH PROBLEMA SA SLUČAJNIM SVOJSTVIMA

Inženjerski se problemi se razborito mogu predočiti konačnim skupom osnovnih odrednica koje čine osnovne varijable X , parametri P i konstante C , kojima se opisuju svojstva problema kao što su geometrija, topologija, svojstva materijala i opterećenja:

$$\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n, P_1, P_2, \dots, P_p, C_1, C_2, \dots, C_c)$$

Ovisno o pridijeljenim svojstvima inženjerski se problem razmatraju kao deterministički, probabilistički (vjerojatnostni), polu-probabilistički ili miješani.

Mnogi se inženjerski problemi opisuju svojim mogućnostima (C-capability, capacity, S-strength, R-resistance) u odnosu na zahtjeve za njihovom učinkovitošću (D-demand, L-loads). Učinkovitosti odnosno sigurnosti djelovanja se izražavaju kroz odnose mogućnosti i zahtjeva, Sl. 1. Uobičajene mjere su razlika sigurnosti $m(\mathbf{X}) = f_c \cdot C(\mathbf{X}) - f_D \cdot D(\mathbf{X})$, faktori sigurnosti $f(\mathbf{X}) = f_c \cdot C(\mathbf{X}) / f_D \cdot D(\mathbf{X})$ ili iskoristivosti izdržljivosti $i(\mathbf{X}) = 1 / f(\mathbf{X})$; f_c i f_D su deterministički iskustveni faktori smanjenja izdržljivosti i povećanja opterećenja.



Slika 1. Značenje funkcija graničnog stanja

4 OCJENE UČINKOVITOSTI

Razne su mogućnosti i razine postupaka za ocjenjivanje učinkovitosti odnosno sigurnosti inženjerskih problema suočenih sa slučajnim pojavama [2-11].

Na samom početku VIM koristi karakteristične vrijednosti na osnovi statističkih podataka o izdržljivosti i zahtjevima (Postupak 0-te razine).

Jednostavni, prvi predloženi složeni oblik za procjenu učinkovitosti odnosno sigurnosti je Cornellov indeks sigurnosti (1966):

$$\beta_c = \frac{\bar{M}}{\sigma_M} = \frac{\bar{C} - \bar{D}}{\sqrt{\sigma_C^2 + \sigma_D^2}}, \quad (1)$$

koji se označava i kao postupak drugih momenata (Postupak 1. razine) (second moment SM methods). Odmah je potom postalo bjelodano da se formulacija (1) može proširiti na sve linearne kombinacije slučajnih varijabli s poznatim momentima prvog i drugog reda (aritmetička sredina označena s potegom i varijanca σ^2) u definiciji graničnih stanja $g(\mathbf{X}) = -a_o + \sum_{i=1}^n a_i x_i < 0$, vidjeti Sl. 1. i teoreme 1 i 2., kako slijedi:

$$\beta_{SM} = \left[-a_o + \sum_i a_i \cdot \bar{x}_i \right] / \sqrt{\sum_i (a_i \cdot \sigma_{x_i})^2} \quad (2)$$

U slijedećem koraku se uvodi linearizacija nelinearnih funkcije graničnih stanja razvojem u Taylorov niz korištenjem prvog člana reda i statističkih momenata drugog reda (the First Order Second Moment (FOSM)) (Postupak 1-razine):

$$\beta_{FOSM} = \left[-a_o + \sum_i \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)_{\bar{x}_i} (\bar{x}_i - x_i) \right] / \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)_{x^*}^2 \sigma_{x_i}^2} \quad (3)$$

Kad se linearizacija provodi u srednjoj vrijednosti (the Mean Value First Order Second Moment (MVFO SM)). Mora se mađutim naomenuti da točnost rezultata bitno ovisi o karakteru funkcije ogranočenja i odabranoj točki linearizacije.

Zbog dugogodišnje tradicije faktora sigurnosti i navike njihove primjene VIM korist parcijalne faktore sigurnosti određene na osnovi statističkih podataka. Na primjer, za marginu sigurnosti $M = C - D$ i pripadajući indeks sigurnosti $\beta = (\bar{C} - \bar{D}) / \sqrt{\sigma_C^2 + \sigma_D^2}$ parcijalni faktori su $f_C = 1 - \alpha_C \cdot \beta \cdot COV_C$ i $f_D = 1 + \alpha_D \cdot \beta \cdot COV_D$ što marginu redefinira u skladu sa statističkim podacima kao $M' = f_C \cdot \bar{C} - f_D \cdot \bar{D} = 0$. Normalizirane standardne devijacije su u gornjim izrazima $\alpha_C = -\sigma_C / \sqrt{\sigma_C^2 + \sigma_D^2}$ i $\alpha_D = +\sigma_D / \sqrt{\sigma_C^2 + \sigma_D^2}$.

Međutim, krajnji cilj vjerojatnosne mehanike je analiza pouzdanosti i određivanje vjerojatnosti općenitih inženjerskih problema definiranih višestrukim integralima multivariatnih funkcija gustoće razdiobe $f(\mathbf{X})$ razapetih preko područja integracije određenih nelinearnim funkcijama ograničenja $g(\mathbf{X}) \leq 0$ kako slijedi:

$$p_F = P(g(\mathbf{X}) \leq 0) = \iiint_{g(\mathbf{X}) \leq 0} f(\mathbf{X}) d\mathbf{X} \quad (4)$$

U većini se slučajeva ovaj zadatak ne može točno riješiti zbog čega se pristupa raznim približenjima koje odlikuju područje vjerojatnosne inženjerske mehanike.

Jednostavno prikazivanje multivariatnih funkcija gustoće razdiobe u (4) je moguće samo za nezavisne slučajne varijable i to u obliku umnoška pojedinih funkcija:

$$f(\mathbf{X}) = \prod_{i=1}^n f(x_1) f(x_2) \cdots f(x_i) \cdots f(x_n) \quad (5)$$

5 RJEŠAVANJA PROBLEMA VJEROJATNOSNE MEHANIKE

Prvi je pokušaj u rješavanju problema s proizvoljnim, ne-normalnim funkcijama distribucije bio aproksimacija repa krivulje gustoće razdiobe s normalnom krivuljom. Međutim, poslije se pokazalo da je mnogo jednostavniji i učinkovitiji postupka moguće ostvariti neposrednim transformacijama proizvoljnih distribucija u normalnu razdiobu.

5.1 Monte-Carlo integracija ili simulacija (MCS)

Ovo je jedini postupak koji nudi mogućnost ocjene rezultat problema kakav je izvorno opisan složenim integralima (4) ali u okvirima intervala pouzdanosti [9]. Sirova Monte-Carlo simulacija Crude Monte Carlo Simulation (CMCS) potrebuje ogroman broj pokusa da bi se odredio interval pouzdanosti rezultata od praktične važnosti. U međuvremenu su se razvili postupci koji jako ubrzavaju proračun kao na primjer uzimanje uzoraka po važnosti Importance Sampling, Stratified Sampling, Directional Sampling, Descriptive Sampling, Latin Hypercube Sampling itd.

5.2 Napredni analitički postupci

U cilju transformacije opće nelinearne funkcije graničnih stanja $g[C(\mathbf{X}), D(\mathbf{X})]$, odnosno $g(\mathbf{X}) = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$ Sl. 1, osnovni je zadatak izjednačiti zadane kumulativne funkcije distribucije osnovnih varijabli X_i sa standardnom normalnom varijablom vjerojatnostit u_i kao $F(X_i) = \Phi(u_i)$ za sve i . Ovom se transformacijom jamči isti sadržaj vjerojatnosti u odabranoj domeni integracije i može se postići transformacijama $X_i = F^{-1}[\Phi(u_i)]$ $u_i = \Phi^{-1}[F(X_i)]$ primjenjenih na graničnu plohu:

$$g(\mathbf{X}) = g\{F^{-1}[\Phi(u_1)], F^{-1}[\Phi(u_2)], \dots, F^{-1}[\Phi(u_n)]\} \text{ ili } g(\mathbf{U}) = g\{\Phi^{-1}[F(X_1)], \Phi^{-1}[F(X_2)], \dots, \Phi^{-1}[F(X_n)]\}.$$

Samo za normalnu distribuciju je $u_i = (X_i - \bar{X}_i) / \sigma_{X_i}$.

Napredni se postupak Advanced First Order Reliability Method (AFORM) (2-razina) definira kao nelinearni optimizacijski problem s nelinearnim ograničenjima:

Za i -ti razmatrani slučaj i za zadani skup osnovnih slučajnih varijabli \mathbf{X}_i :
Naći minimalnu udaljenost β_i (indeks sigurnosti) od ishodišta u standardnom normalnom prostoru do hiper-ravnine primjenom transformacije $u_i = \Phi^{-1}[F(X_i)]$ na lineariziranu granična ploha $g_i(X_i)$,
tako da je zadovoljeno ograničenje $g_i(X_i) = 0$.

Gornji se optimizacijski problem s ograničenjima rješava na računalu. Najviše je u upotrebi Rackwitz-Fiesler iterativni algoritam za određivanje indeksa sigurnosti [6-8].

Osim gore spomenute FORM procedure koristi se i Second Order Reliability Method (SORM) (3-razina) koja u razvoju koristi i članove drugog reda u razvoju u Taylorov niz [9] što može pogodovati točnosti kod nekih nelinearnih problema.

Za zavisne varijable koriste se Rosenblath-ova i Nataf-ova transformacija [2-8].

6 POUZDANOST SUSTAV

Prethodna su se razmatranja odnosila na određivanje učinkovitosti odnosno sigurnosti jednog jedinog načina djelovanja jedne neovisne sastavnice sustava. Svaka analiza sustava koristi postupak za ocjenu učinkovitosti zvan Functional Modes and Effects Analysis (FMEA) uz pomoć funkcionalnih dijagrama i stabala grešaka (fault tree)[2-5]. Složeni mehanički problemi se sastoje od mnogih sastavnica od kojih svaka može ostvarivati nekoliko načina djelovanja. Tako neka konačni broj n_v slučajnih varijabli čini slučajni vektor $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_{n_v})$ kojim se opisuje m pojedinačnih načina djelovanja. Granične funkcije za sva stanja $k=1, 2, \dots, m$, neka su $g_k(\mathbf{X}) = 0$.

Kako su projektne varijable slučajnog karaktera tako se i ishod djelovanja smatra slučajnim događajem $A_k^o = [g_k(\mathbf{X}) > 0]$ kojemu pripada pouzdanost u njegovo ispravno djelovanje određeno s vjerojatnošću $p(A_k^o) = p[g_k(\mathbf{X}) > 0] = \iint_D f(\mathbf{X}) d\mathbf{X}$.

Vjerojatnost nedjelovanja je tada dana sa izrazom $p(A_k^f) = 1 - p(A_k^o) = p[g_k(\mathbf{X}) \leq 0]$.

Ta dva događaja čine jedinstvene alternative $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} A & \bar{A} \\ p(A) & 1 - p(A) \end{pmatrix}$.

Združena funkcija razdiobe $f(\mathbf{X})$ slučajnih varijabli \mathbf{X} in (4) sadrži u sebi inženjerske spoznaje o neizvjesnostim problema. Domenu integracije D određuju funkcije graničnih stanja koje uključuju inženjerska znanja o mehaničkim svojstvima i uvjetima korištenja. Pokazuje se da se pojedinačni načini djelovanja mogu razmatrati i okvirima teorije sustava te da vrijedi Boolova algebra koja se prikazuje Venn-ovim diagramima. U inženjerskim se problemima javljaju isključivi događaji, neisključivi (korelirani) događaji, moguće zavisni ili nezavisni. U praksi VIM-a susreću se modeli serijskih, paralelnih, mješovitih i složenih sustava [2-8]. Serijski sustavi su nedjelotvorni u slučaju da je bilko koja sastavnica nedjelotvorna što se može prikazati kao:

$$P_f = p\left(\bigcup_{all\ k} A_k^f\right) = p\left\{\bigcup_{all\ k} [g_k(X) \leq 0]\right\} \quad (6)$$

a pouzdanost nije veća od djelotvornosti najslabije sastavnice, $R < \min(p(A_i))$.

Paralelni sustavi su nedjelotvorni kad su sve sastavnice nedjelotvorne, ili matematički:

$$P_f = p\left(\bigcap_{all\ k} A_k^f\right) = p\left\{\bigcap_{all\ k} [g_k(X) \leq 0]\right\} \quad (7)$$

7 PRIMJER

VIM je našla primjenu u provjeri granične čvrstoće trupa na savijanje u pravilima za gradnju broda klasifikacijskih društava [12-14], Tablica 1. Funkcija graničnog stanja je opisana slučajnim veličinama i podliježe postupcima VIM ovako:

$$\hat{\chi}_u M_u - \hat{M}_{sw} - \psi \hat{\chi}_w \hat{\chi}_{nl} \hat{M}_w < 0 \quad (8)$$

U (8) su: M_u -deterministički granični moment savijanja brodskog trupa

M_{sw} -moment savijanja na mirnoj vodi Gumbelova distribucija

M_w - moment savijanja na valovima Gumbelova distribucija

ψ - deterministički faktor kombinacije opterećenja

$\chi_w, \chi_w, \chi_{nl}$ - neizvjesnosti modeliranja granične čvrstoće (normalna), linearnih valnih opterećenja (normalna) i nelinearnih valnih opterećenja (lognormalna).

Tablica 1. Rezultati provjere granične čvrstoće brodskog trupa metodama FORM, FOSM, CMCS [15-16], za novi brod za puni brod (FL), brod u balastu (BL) i djelomično krcanje (PL)

Postupak		FL	BL	PL	$p_f(\text{annual})$
FORM	$\beta(p_f)$	4.75(1.02E-06)	3.84(6.15E-05)	4.5(3.40E-06)	3.82(.59E-05)
FOSM	$\beta(p_f)$	4.40(5.36E-06)	3.85(5.65E-05)	4.01(3.05E-05)	3.74(9.24E-05)
CMCS	$\beta(p_f)$ Interval	4.80(7.93E-07) (+1.034/-0.91)	3.96(3.75E-05) (+0.15/-0.14)	4.47(3.91E-06) (+0.61/+0.63)	3.93(4.22E-05)

8 ZAKLJUČAK

Ovaj je rad napisan da bi se potražio odgovor na pitanja treba li mehaničarima vjerojatnosna inženjerska mehanika (VIM). Može se reći, da mehaničari mogu bez nje ali da VIM ne može bez mehanike. Ali kako god ta spoznaja izgledala bjelodana, ipak valja priznati da informacije s kojima se koristi i koje VIM može pružiti u ocjeni sigurnosti mehaničkih sustava zaslužuju mjesto u inženjerskim primjenama koje su nose sa slučajnim pojavama. Postupci FORM I SORM koji su do sada razvijeni u okviru VIM-a pružaju prihvatljivo točna rješenja za pojedinačne i složene načine djelovanja mehaničkih sustava. Rezultati se po potrebi provjeravaju postupcima MCS. Međutim u pogledu potrebnih inženjerskih podataka postoje nedoumice. Pribavljanje statističkih podataka je vremenski dugotrajan i skup postupak zbog kojega je njihova pribavljivost jako otežana. Čini se da je nedostatak pouzdanih podataka jedan od glavnih razloga zašto VIM nema značajniju primjenu u inženjerskim djelatnostima. Osobito je teško doći podataka o međuzavisnostima slučajnih pojava. Razvoj područja ovisit će o interesu inženjerske zajednice i o spremnosti za prikupljanje podataka.

Literatura:

- [1] Pavličić, I., Statistička teorija i primjena, Tehnička knjiga, Zagreb, 1970.
- [2] Barlow, R. B., Proschan, F., Mathematical Theory of Reliability, Wiley, NY, 1965.
- [3] Kapur, K.C., L.R. Lamberson, Reliability in Engineering Design, Wiley, New York, 1977.
- [4] Rao, S. S., Reliability Based Design, McGraw-Hill, NY, 1992.
- [5] Gnedenko, B., Ushakov, I., Probabilistic Reliability Engineering, Ed, Falk, J., Wiley, NY, 1995.
- [6] Madsen, H. O., Krenk, S., Lind, N. C., Methods of Structural Safety, Prentice-Hall, New Jersey, 1986.
- [7] Ditlevsen, O., Madsen, H. O., Structural Reliability methods, Wiley, NY, 1996.
- [8] Melchers, R.E. Structural reliability analysis and prediction, Wiley, 2002.
- [9] Hammersley, J.M., Handscomb, D.C., Monte Carlo Methods, Methuen and Co., London, 1964.
- [10] Žiha, K., Event Oriented System Analysis, Probabilistic Engineering Mechanics, Vol. 13., No. 3., April (2000), p.p. 261-275.
- [11] Žiha, K., Redundancy and Robustness of Systems of Events, Probabilistic Engineering Mechanics, Vol. 15., (2000), p.p. 347-357.
- [12] ABS, DNV, LLOYD'S REGISTER. Common Structural Rules for Double Hull Oil Tankers, 2006.
- [13] IACS Recommendation No.34. Standard Wave Data. Rev.1, 2000.
- [14] Guedes Soares, C. Combination of Primary Load Effects in Ship Structures, Probabilistic Engineering Mechanics 1992;7:103-111.
- [15] Parunov J, Senjanović I, Guedes Soares C, Hull-girder Reliability of New Generation Oil Tankers, Mar Struct 2007; 20, No.1-2, 49-70.
- [16] Parunov J, Senjanović I. Incorporating Model Uncertainty in Ship Reliability Analysis. Trans SNAME 2003;111:377-408.

Autori:

Kalman Žiha, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, I. Lučića 5, 10000 Zagreb, +385 1 6168132, kziha@fsb.hr

Joško Parunov, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, I. Lučića 5, 10000 Zagreb.

METODE OJAČANJA OKVIRA S ISPUNOM ZA POTRESNA DJELOVANJA

Grubišić, M., Sigmund V.

Sažetak: Okviri s ispunom su kompozitne konstrukcije koje se sastoje od armiranobetonskih okvira i ispune za koju se u Hrvatskoj uobičajeno rabe blok opeke ili čak i betonski blokovi. Ispuna bitno mijenja odgovor konstrukcije na potres i njen se utjecaj mora na odgovarajući način uzeti u proračun. Polazeći od problematike modeliranja zidanih ispuna u a-b okvirima uslijed djelovanja seizmičkih sila, i njenom razradom dolazimo i do metoda ojačanja istih. Time se, uz isti nepromjenjeni okvir, želi postići veća horizontalna nosivost i duktilnost ispune, od koje se nadalje očekuje što veća deformabilnost, odnosno interaktivnost ispune s okvirom te disipacija određenog dijela seizmičkih sila.

Ključne riječi: metode ojačanja, zidana ispuna, armiranobetonski okviri, djelovanje potresa, seizmičke sile

1 UVOD

Zaštita od potresa je jedan od ključnih elemenata u planiranju sigurnosti i održivosti razvoja EU gradova. Suvremeno “Potresno inženjerstvo sukladno očekivanom odzivu” se temelji na pretpostavci da se ponašanje može predvidjeti i procijeniti s mjerljivom pouzdanošću.

Dosadašnji propisi ne sadrže pojašnjenja o tome ako se i na koji način to čini. Uz vrlo detaljan prikaz proračuna okvira i drugih uobičajenih armirano-betonskih konstrukcija i suvremene metode proračuna na raspolaganju projektantima, nedostatak pojašnjenja za okvire s ispunom se može pripisati nedovoljnom razumijevanju njihova ponašanja kao i velikom broju nejasnoća uključenih u modeliranje djelovanja ispuna. Procjena ponašanja i nosivosti postojećih građevina, sukladno EN 1998-3, uopće ne sadrži upute o načinu uzimanja u obzir ispuna pri procjeni postojećih građevina niti ga razmatra kao metodu ojačanja.

Utjecaj ojačanog ispuna na odgovor okvira će se istraživati za razne metode ojačanja ispuna na eksperimentalnim modelima. Modelsko ispitivanje će se obaviti na modelima jakih i slabih okvira koji će biti ojačani primjenom nekoliko metoda koje se koriste. Ispitivanje će se obaviti na okvirima s jednim katom i jednim poljem izloženim djelovanju konstantnog vertikalnog i cikličnog horizontalnog opterećenja. Dobiveni eksperimentalni rezultati će se analitički obraditi s ciljem dobivanja metodologije za poboljšanje seizmičkog ponašanja postojećih građevina.

Postojeće građevine koje ne osiguravaju dovoljan nivo sigurnosti ili svojim očekivanim ponašanjem ne zadovoljavaju vlasnike je potrebno ojačati. Pojačanje i/ili popravka pojedinih elemenata (greda i stupova) je razumna kada je broj elemenata ograničen. Ukoliko je pojačanje potrebno izvesti na većini elemenata promjena

konstruktivnog sistema ugradnjom ispune u postojeće okvire postaje interesantna. Primjenom prethodno razvijenih metodologija ovu opciju će se moći detaljno istražiti.

2 DEFINICIJA PROBLEMA

Većina propisa još uvijek ide u smjeru izdvajanja “glavnoga”okvirnog sustava iz ove kompozitne konstrukcije te istodobnog zanemarivanja nosivosti zidanog ispuna, koji se samo uračunava u težinu građevine. Međudjelovanje između ispuna i okvira može dovesti do neuobičajenih ponašanja okvira, bilo lokalno (efekt kratkog stupa, otkazivanje priključaka), bilo globalno (formiranje mekog kata).

Dosadašnje analize pokazuju da se okviri sa zidanim ispunom dimenzionirani sukladno normi EN 1998-1, ponašaju bolje nego okviri bez ispuna pri uporabnom stanju konstrukcije, te jednako dobro pri proračunskom i ekstremnom opterećenju. Međutim, metoda proračuna važećim propisima je prekonzervativna jer “kažnjava” konstrukcije s ispunom povećanjem proračunskih sila uz potpuno zanemarivanje doprinosa ispuna u preuzimanju tako povećanih opterećenja.

Jedini razuman način uzimanja u obzir povoljnog i nepovoljnog učinka ispuna u proračunu seizmičkog odziva konstrukcija jest izravno uključivanje zidanog ispuna u analitički model za proračun.

No imamo i problem ako nam se “standardna”opeka ili blok opeka korištena za ispunu a-b okvira ne pokaže dostatnom u zajedničkoj interakciji, odnosno da nam zadovolji sve kriterije iz propisa, trebamo pristupiti drugim metodama koje će modificirati karakteristike same ispune i eventualnu promjenu sistema. Na taj način ćemo povećati kapacitet nosivosti sistema te dobiti zadovoljavajuće ponašanje konstrukcije uz manje apsolutne i relativne pomake.

3 METODE OJAČANJA

3.1 Ojačanje okvira s ispunom armaturnom mrežom u špric-betonu

Potrebne karakteristike svježeg mlaznog betona su: isotropnost, fluidnost, viskoznost te odsutnost segregacije. Ovakav beton mora ujedno zadržati sve performanse u trenutku ugradnje, u granicama odstupanja, koje omogućuju ugradljivost, samozbijanje, homogeni raspored sastojaka betona u matrici, kvalitetno zapunjavanje armature betonom, zapunjenost presjeka betonom po cijelom presjeku i ostvarenje zahtjevanih osobina očvrstlog betona.

Za očvršćavanje mlaznog betona u prvih nekoliko sati i dana definiraju se pritisne i zatezne čvrstoće. Za poboljšanje čvrstoće na zatezanje mlaznom betonu je moguće dodati i mikroarmaturu koja može biti u vidu čeličnih vlakana raznih oblika i veličina, polipropilenskih ili karbonskih vlakana.

3.2 Ojačanje okvira s ispunom trakama iz karbonskih polimernih vlakana (FRP)

Sama polimerna vlakna imaju veliku vlačnu čvrstoću, veliki omjer težine i čvrstoće, proizvodi od ovakvih vlakana su neosjetljivi na koroziju, njihova je ugradnja brza i laka, te su dostupni u niz dimenzija. S druge strane gube čvrstoću uslijed visokih temperatura, do samog otkazivanja se ponašaju linearno elastično, i dodatni minus im je visoka cijena.

Treba razumjeti da je teško razviti punu vlačnu čvrstoću instaliranih traka na ciglenom zidu sa epoksidnom smolom zbog odvajanja. Vlakna imaju utjecaj na nosivost izvan ravnine opterećenja tj. povećana je otpornost na savijanje i posmik. Razlikujemo Carbon FRP, Aramid FRP, Glass FRP – odabir vrste vlakana ovisi o traženoj čvrstoći i duktilnosti.

3.3 Ojačanje okvira s ispunom horizontalnim armiranjem zida

Armiranim zidom ćemo povećati duktilnost, postići bolju otpornost na posmična i vlačna naprezanja uslijed velikih horizontalnih sila. Zidani ispun se armira samo horizontalnom armaturom koja mora biti dobro usidrena u armiranobetonski okvir. Armaturu se postavlja u mort horizontalnih sljubnica ili ležajnica i izvodi se od tanjih profila (žica), pojedinačnih ili spojenih u horizontalne „rešetke“ ili „ljestve“.

Potrebno je paziti na povezivanje nastavljane armature preklopom ili zavarivanjem. Ona mora biti otporna na koroziju i zaštićena od korozivnih utjecaja okoline. Također je moguća primjena FRP armature (ojačanog polimera) koji je otporan na koroziju. Minimalna ploština armature za povećanje nosivosti presjeka mora biti najmanje 0,10% ploštine poprečnog presjeka zida, dok je najmanji promjer šipki u realnim konstrukcijama 6 mm.

3.4 Ojačanje okvira s ispunom mikroarmiranim betonom

Mikroarmirani beton dobivamo dodavanjem mikro vlakana uz povećanu količinu cementa, manju količinu krupnog agregata i manjem najvećem zrnu agregata u betonsku mješavinu. Osnovna podjela vlakana su čelična, polimerna i prirodna. Jedinstveni parametar koji karakterizira svako vlakno je koeficijent oblika. Koeficijent oblika je omjer duljine i promjera vlakna, pa o njemu ovise i svojstva betona u svježem i očvrslom stanju.

Intenzitet poboljšanja svojstava betona zbog mikroarmiranja varira u ovisnosti o količini vlakana i kvaliteti betona. Glavna prednost im je povećana duktilnost pri vlačnom opterećenju, a najvažniji su učinci vlakana na svojstvima betona sprječavanje nastanka pukotina, smanjenje njihove širine i razmaka, poboljšanje žilavosti i postpukotinske nosivosti, povećanje vlačne čvrstoće i poboljšanje dinamičkih svojstava betonu.

3.5 Ojačanje okvira s ispunom centričnim vertikalnim a-b serklažem

Ugradnja vertikalnog serklaža i njegovo pravilno sidrenje u elemente osnovnog nosivog sustava će preuzeti određeni dio naprezanja od horizontalnog opterećenja, smanjiti širenje pukotina te reducirati pomake i povećati duktilitet ispuna i spriječiti njegovo ispadanje.

Ispun je uz rub stupova povezan s vilicama s ciljem boljeg osiguranja prijenosa posmičnih deformacija i zajedničkog djelovanja okvira i ispuna. Ovom metodom očekujemo drugačiji mehanizam sloma u odnosu na čistu ispunu bez vertikalnog elementa ukrute.

3.6 Ojačanje okvira s ispunom geomrežama u špric-betonu

Fleksibilna geomreža izrađena je od čvrstih visokomodulskih sintetičkih vlakana, a obložena je polimernim zaštitnim slojem. Isporučuje se u različitim standardnim tipovima za jednoaksijalne i dvoaksijalne zahtjeve, a odlikuje se visokom čvrstoćom.

Visoka vlačna čvrstoća geomreže omogućava rasprostiranje oprerećenja pri vrlo malim deformacijama.

Koristeći geosintetičku mrežu u špric-betonu, nanošenu s jedne ili obje strane ispune, pravilnim povezivanjem kako za samu ispunu tako i za ostale elemente okvira, očekujemo bitno manje pomake i pukotine, te veći otpor izvan ravnine opterećenja. Ova metoda je primjenjiva i za ojačanje samog zida radi bliskosti modula elastičnosti geo-mreže i zidanog ispuna.

3.7 Ojačanje okvira s ispunom termizolacionim panelima

Termoizolacioni paneli, građevinski elementi koji omogućavaju brzu izgradnju i zadovoljavaju statičke, fizikalne i ekološke zahtjeve. Oni se sastoje od termičke izolacije i pripadajućeg čeličnog okvira. Paneli se kao gotovi elementi donose na gradilište, postavljaju prema rasporedu i kompletiraju nanošenjem prskanog betona. Paneli služe kao oplata za vertikalne (i/ili nagnute) zidove od armiranog betona.

Radi velike površine panela i njihove male težine postavljanje panela je brzo i jednostavno. Ovakav sustav primjenjuje moderne metode, materijale, mehanizaciju i racionalizira izgradnju u svim fazama: planiranja projektiranja, pripremnih radova, izgradnje, obračuna troškova, te održavanja objekata.

Termo-panele koristimo kao ispun okvira. Na spojevima ispuna i okvira se ostvaruje posmična veza vilicama, na termopanele se nanosi špric-beton, na jedno ili na oba lica buduće kompozitne ispune. Metoda je slična prethodno opisanoj u točki 3.1, s tim da je osnovni materijal ispune drugačiji i okvir s ispunom pretvara u armirano-betonski zid.

3.8 Ojačanje okvira s ispunom vlačnim čeličnim spregovima

Na okvir s ispunom se dodaju vlačni čelični spregovi malih profila, koje se aktiviraju u svom vlačnom smjeru dok bi druga bila u tlaku i pred izvijanjem. Profili spregova se sidre u čvorove stupova i greda armiranobetonskog okvira ili se povezuju za ispunu okvira. Spregovi se utežu „špananjem“ na svoja dva kraja s ciljem njihova trenutnog uključivanja u prijenos dijela horizontalnog opterećenja. Na spregove se mogu instalirati elementi za disipaciju energije čime bi se povećalo prigušenje sustava, a on zaštitio od prevelikih djelovanja.

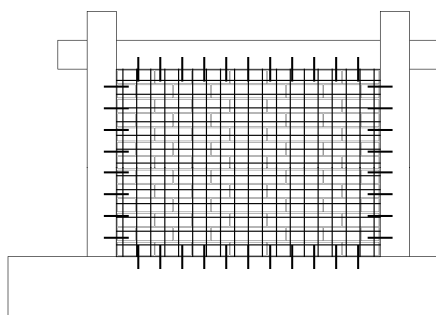
Ispun ostaje nepromjenjen te su pomaci reducirani od strane čeličnih zatega čime povećavamo broj ciklusa i opterećenja do krajnjeg otkazivanja konstrukcije.

3.9 Ojačanje okvira s ispunom ojačanjem posmične veze

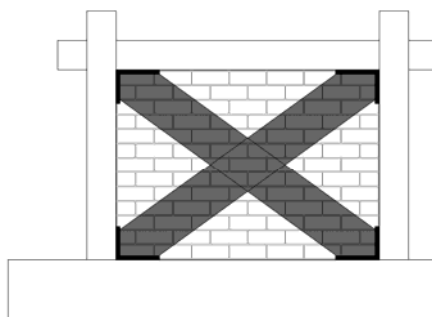
Kod okvira s ispunom jedna od nejasnoća je način i trenutak aktiviranja i prestanka zajedničkog djelovanja okvira i ispuna. Radi toga će se istražiti ponašanje okvira s regularnim ispunom koji se u tijeku zidanja povezuje sidrima za armiranobetonski okvir. Time se osigurava zajedničko djelovanje okvira i ispuna i dobivanje sustava "okvir-zid".

Ovo je uobičajeni način kojim se prečava ispadanje ispuna za poprečni smjer, ali se rijetko razmatra kao način ojačanja. Time će ispuna imati bolju vezu i duktilniji kontakt sa stupovima u trenutku nanošenja velikih horizontalnih sila čime se sprječava njihovo odvajanje i osiguravaju veći zajednički pomaci ispune i okvira.

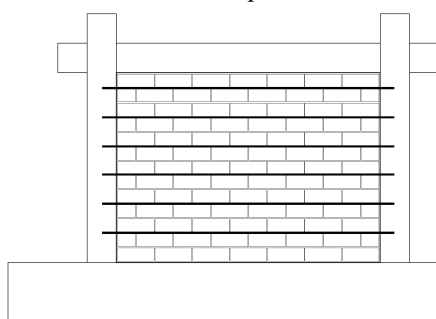
4 GRAFIČKI PRIKAZ METODA



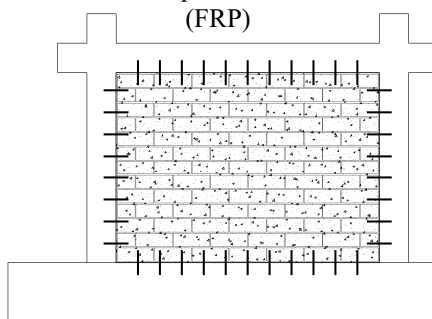
Sl. 1. Ojačanje ispuna armaturnom mrežom u špic-betonu



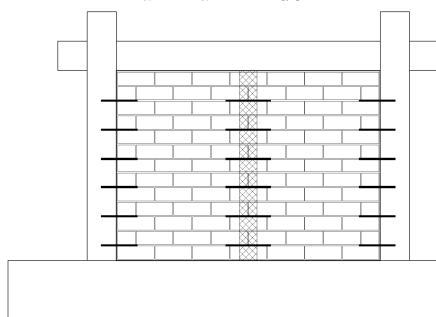
Sl. 2. Ojačanje ispuna fiber-reinforcement polimernim vlaknima (FRP)



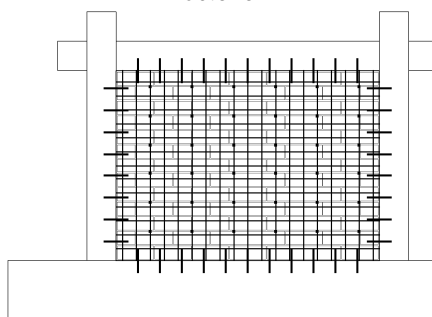
Sl. 3. Ojačanje ispuna horizontalno armiranim zidom



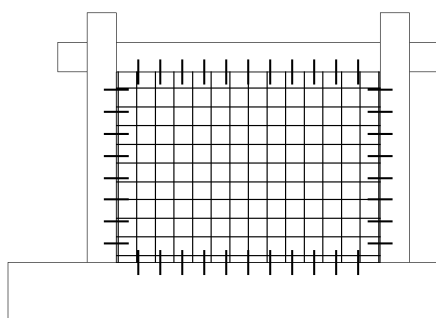
Sl. 4. Ojačanje ispuna mikroamiranim betonom



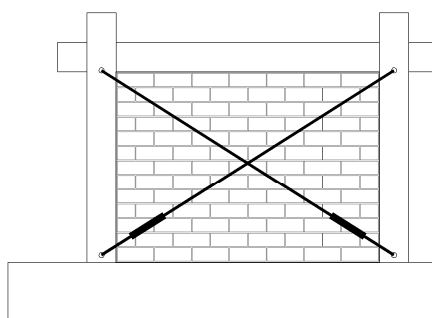
Sl. 5. Ojačanje ispuna centričnim vertikalnim a-b serklažem



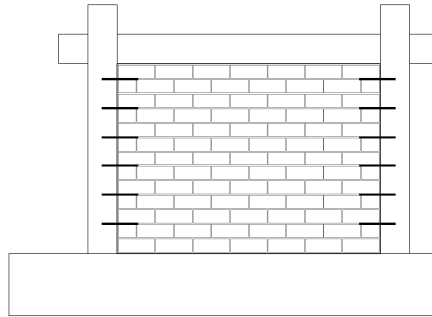
Sl. 6. Ojačanje ispuna geomrežama u špic-betonu



Sl. 7. Ojačanje ispuna termoizolacionim panelima



Sl. 8. Ojačanje ispuna vlačnim čeličnim spregovima



Sl. 9. Ojačanje ispuna horizontalnim sidenjem za a-b okvir

5 ZAKLJUČAK

Eksperimentalno će se istraživati ponašanje ojačanih okvira s ispunom za konstantno vertikalno i ciklično horizontalno djelovanje. Istražiti će se ponašanje sustava okvira s ispunom za različite metode ojačanja. Primjenjivost metoda će se ocjenjivati prema izmjerenim vrijednostima ponašanja, ali i prema zahtjevnosti tehnologije i cijeni izvedbe.

Kako suvremeni propisi za procjenu i ojačanje postojećih građevina, kao EN 1998-3, uopće ne sadrži upute o načinu uzimanja u obzir ispuna pri procjeni postojećih građevina niti ga razmatra kao metodu ojačanja predložiti će se poboljšani načini proračuna, kalibriran na podlozi eksperimenata i analitičkih simulacija.

Literatura:

- [1] Japan Building Disaster Prevention Association, „Recent Development of Seismic Retrofit Methods in Japan“, January 2005.
- [2] Griffith M., “Seismic Retrofit of RC Frame Buildings with Masonry Infill Walls: Literature Review and Preliminary Case Study“, JRC Scientific and Technical Reports, 2008.
- [3] FEMA, “Techniques for the Seismic Rehabilitation of Existing Buildings“, FEMA 547CD/2006 Edition.
- [4] CEN. Eurocode 8, Design of structures for earthquake resistance - Part 3: Assessment and retrofitting of buildings, EN 1998, Bruxelles, 2005.

Autori:

Marin Grubišić, mag.ing.aedif., Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Građevinski Fakultet Osijek, Zavod za tehničku mehaniku, Crkvena 21, tel. 031/540-082, fax. 031/540-071, e-mail: mgrubisic@gfos.hr, web stranica: www.gfos.hr

Prof.dr.sc. Vladimir Sigmund, dipl.ing.grad., Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Građevinski Fakultet Osijek, Zavod za tehničku mehaniku, Crkvena 21, tel. 031/540-070, fax. 031/540-071, e-mail: sigmund@gfos.hr, web stranica: www.gfos.hr

KAZALO

Alfirević I. ...1	Maji	ć, F. ...87
Bakić, A.27, 137	Mareni	ć, E.93
Baškarić T.15, 37	Mateji	ček, F.21
Bjegović, D.105	Merdanovi	ć, E.99
Bobek, D.21	Mihalj, V.I.113	
Bošnjak – Klečina M.81	Munjas, N. 33	
Brnić, J.33	Netinger, I. .105	
Čanađija, M.33	Nikoli	ć, M.113, 119
Čanžar, P.27	Pacak, M.143	
Damjanović D.15, 37	Parunov, J.155	
Džijan, I. 143	Peši	ć, I.125
Ergić T. .15	Petrov	čić, M.87
Gazić, G.149	Pustai	ć, D.129
Grubišić, M.161	Pustai	ć, M.129
Holik, M. .43	Raduka, V. .113, 119	
Hoster, J.57	Serdar, M. ..105	
Humphrey, J.D.63	Sigmund, V.149, 161	
Ivančević, D.51	Skozrit, I.137	
Ivandić Ž.15, 37	Smojver, I.51	
Jarak, T. 57	Sori	ć, J.57, 63, 69, 93
Jelčić-Rukavina, M.105	Šrovi	ć, K.51
Kalman-Špoš, T.149	Švar, M.143	
Karšaj, I.63	Šrti	ć, K. 119
Kodvanj, J. ...27, 137	Taka	ć, S.81
Konjatić P. 21	Tonkovi	ć, Z. ...27, 69, 75, 93, 137
Korade, I.143	Turkalj, G.99, 125	
Kozak D.15, 37	Virag, Z.87	
Lanc, D.99, 125	Wolf, H. .129	
Lesičar, T.69	Zmaji	ć, Ž. .43
Lovrenić-Jugović, M.75	Žiha K.155	
Lozančić, S. ..81	Živi	ć, M.37, 43